



**Titre:** Étude numérique et semi-empirique de joints hydrauliques  
Title: d'étanchéité droits et escalier

**Auteur:** Vincent Le Roy  
Author:

**Date:** 2008

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Le Roy, V. (2008). Étude numérique et semi-empirique de joints hydrauliques  
Citation: d'étanchéité droits et escalier [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8343/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8343/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE NUMÉRIQUE ET SEMI-EMPIRIQUE DE JOINTS HYDRAULIQUES  
D'ÉTANCHÉITÉ DROITS ET ESCALIER

VINCENT LE ROY  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
OCTOBRE 2008



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-46060-3*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-46060-3*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ÉTUDE NUMÉRIQUE ET SEMI-EMPIRIQUE DE JOINTS HYDRAULIQUES  
D'ÉTANCHÉITÉ DROITS ET ESCALIER

présenté par: LE ROY Vincent

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. TRÉPANIÉ Jean-Yves, Ph.D., président

M. CAMARERO Ricardo, ing., Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GUIBAULT François, ing., Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. GARON André, Ph.D., membre

À grand-père  
dont l'exemple et les encouragements ont été une grande source de motivation tout  
au long de mes études.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier en premier lieu chaleureusement mes directeurs de recherche, les professeurs Ricardo Camarero et François Guibault, ainsi que l'ingénieur responsable de la CFD chez Andritz VATEch Thi Vu, de m'avoir fait confiance pour ce travail de maîtrise. Sans leur aide, leur soutien et leurs conseils, ce travail n'aurait pas été possible. Merci en particulier au professeur François Guibault pour sa disponibilité, sa bonne humeur et ses encouragements. Merci à Thi Vu de m'avoir transmis tous les documents nécessaires pour cette étude, de m'avoir fait profiter de son expérience en CFD, et pour sa grande disponibilité. Merci finalement au professeur Ricardo Camarero pour son important travail de relecture et de correction du mémoire, et de ses conseils avisés.

J'ai eu la chance de travailler au sein du laboratoire de maillage et géométrie numérique MAGNU et de profiter de l'aide et des conseils des sympatiques chercheurs et associés de recherche y travaillant. Merci à Horea Iepan, Jean-François Dubé, Olivier Courchesne et Ying Zhang pour leur aide technique avec Linux et Echidna, ainsi que pour leur réponses à mes questions sur certains programmes qu'ils ont développés et que j'ai utilisés. Merci également à Christophe Tribes pour ses nombreux conseils en Latex et pour ses templates. Pour finir, un grand merci à mes collègues étudiants Eric Joubarne, Anthony Haroutunian et Marcel Vonlanthen, pour leur précieuse aide et partage d'expérience, ainsi qu'à tous les autres, Man Wang, Xavier Mankovski, Claudie Biais et Mélissa Côté pour la bonne ambiance de travail qui a régné au M3210 du pavillon Lassonde au cours de mon séjour.

## RÉSUMÉ

Un modèle CFD et des solutions semi-empiriques sont utilisés pour prédire la présence ou non de cavitation, ainsi que les performances énergétiques de joints d'étanchéité hydrauliques d'une roue de turbine hydroélectrique, et en optimiser la forme. Puisque l'écoulement interne et turbulent dans le joint présente de grandes disparités d'échelle, le modèle CFD est choisi avec attention à l'aide de tests numériques, puis validé à l'aide de résultats expérimentaux sur des joints droits et des joints labyrinthe. Le code CFD commercial CFX11 est utilisé avec un modèle de turbulence RANS à bas Reynolds. Ensuite, une solution semi-empirique pour les joints escalier est développée à partir d'une solution existante pour les joints droits, puis est validée à l'aide des résultats numériques obtenus avec le modèle CFD, en l'absence de résultats expérimentaux pour les joints escalier. Les solutions numériques et semi-empiriques sont ensuite utilisées pour l'optimisation de la géométrie de joints droits et de joints escalier. Le but de l'optimisation est la minimisation des pertes énergétiques totales (pertes de fuites et de frottement) dans le joint, tout en évitant la cavitation. L'optimisation de la longueur d'un joint droit à l'aide de la CFD a permis de réduire les pertes totales de 2%, par rapport au joint avec la longueur optimale donnée par la solution semi-empirique. Pour le joint en escalier, on combine la solution numérique et la solution semi-empirique pour déterminer rapidement la longueur minimale non cavitante, qui correspond au joint le plus efficace énergétiquement dans ce cas. La diminution des pertes totales est alors de 15% et 25% pour les deux cas testés, par rapport au joint en escalier avec la longueur optimale du joint droit de même jeu radial.

## ABSTRACT

A CFD model and semi-empirical solutions are used to estimate the energetical losses and predict cavitation in hydraulic seals of a runner in a turbine, and to optimize the geometry of these seals. The stationary, internal, turbulent and viscous flow in the seal involving different scale lengths, the CFD model is carefully chosen with the help of numerical tests. The model is then validated with experimental data on straight seals and stepped seals. The CFD commercial code CFX11 is used with a low Reynolds RANS turbulence model. A semi-empirical solution is then developed for stepped seals, on the basis of an existing solution for straight seals, and is validated using the numerical results obtained with the CFD model, as we do not have any experimental data for stepped seals. The numerical and semi-empirical solutions are then used for the geometrical optimization of straight seals and stepped seals, the goal of the optimization being to minimize the total losses in the seal, avoiding cavitation. The optimization of the length of a straight seal, using the CFD, shows a reduction of 2% of the losses, starting with the straight seal whose length was optimized using the semi-empirical solution. For the stepped seal, the numerical and semi-empirical solutions are combined to find the shorter length for which cavitation does not occur. This length corresponds to the most efficient geometry energetically, for a stepped seal. In the two test cases modelled, the reduction of the total losses is 15% and 25%, compared to the stepped seal whose length is equal to the optimum length of the straight seal with the same radial gap.



## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	viii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xvii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xxii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xxiv
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1    REVUE BIBLIOGRAPHIQUE . . . . .	8
1.1    Méthodes de prédiction des performances énergétiques d'un joint . . .	8
1.1.1    Solutions analytiques et semi-empiriques . . . . .	8
1.1.2    Modèles numériques (utilisés dans la littérature) . . . . .	11
1.2    Variantes géométriques du joint labyrinthe . . . . .	13
1.3    Autres problématiques liées aux joints . . . . .	15
1.4    Analyse critique de la revue de littérature . . . . .	16
CHAPITRE 2    CHOIX DU MODÈLE CFD . . . . .	19
2.1    Hypothèses guidant le choix du modèle CFD . . . . .	19
2.2    Modèle de turbulence SST à bas Reynolds . . . . .	23

2.2.1	Écoulement axial laminaire dans une conduite annulaire . . .	23
2.2.2	Écoulement axial turbulent dans une conduite annulaire . . .	24
2.3	Étude paramétrique des caractéristiques du maillage . . . . .	28
2.3.1	Maillage parabolique d'un joint droit . . . . .	28
2.3.2	Influence des paramètres du maillage parabolique . . . . .	30
2.3.3	Maillage uniforme par palier . . . . .	34
2.4	Conclusions . . . . .	37
CHAPITRE 3 MODÉLISATION DES PERTES EN ENTRÉE ET EN SORTIE DU JOINT ET IMPOSITION DES CONDITIONS AUX LIMITES . . . . .		
3.1	Présentation de la campagne d'essais sur les joints droits . . . . .	38
3.2	Pertes de charge en entrée et en sortie du joint . . . . .	41
3.2.1	Estimation analytique . . . . .	42
3.2.1.1	Correction basée sur la vitesse axiale en sortie . . . .	43
3.2.1.2	Correction basée sur la vitesse totale en sortie . . . .	44
3.2.2	Modélisation simplifiée des réservoirs . . . . .	45
3.2.2.1	Géométrie et maillage des réservoirs . . . . .	45
3.2.2.2	Étude des paramètres de la géométrie et du maillage du réservoir . . . . .	47
3.2.2.2.1	Modélisation du réservoir en entrée . . . . .	47
3.2.2.2.2	Modélisation du réservoir en sortie . . . . .	49
3.2.3	Modélisation du montage expérimental dans sa totalité . . . .	51
3.2.3.1	Convergence du calcul numérique . . . . .	52
3.2.4	Comparaison des valeurs expérimentales, analytiques et numériques des pertes de charge . . . . .	57
3.2.4.1	Valeurs analytiques et numériques avec modélisation des réservoirs . . . . .	57

3.2.4.2	Comparaison des estimations de la perte de charge totale dans le joint, aux résultats expérimentaux . . .	60
3.2.4.2.1	Avec rotation . . . . .	60
3.2.4.2.2	Sans rotation . . . . .	61
3.3	Imposition des conditions aux limites . . . . .	63
3.3.1	Conditions aux limites de débit . . . . .	64
3.3.2	Conditions aux limites de pression . . . . .	65
3.3.3	Conditions aux limites de turbulence . . . . .	66
3.3.4	Comparaison de la convergence du calcul avec les conditions aux limites de débit et de pression . . . . .	66
3.4	Conclusions du chapitre . . . . .	68
CHAPITRE 4	VALIDATION DU MODÈLE CFD . . . . .	71
4.1	Validation de la CFD pour les joints droits . . . . .	71
4.1.1	Comparaison des deux corrections estimant la perte de charge à la sortie du joint . . . . .	73
4.1.2	Comparaison des résultats numériques et semi-empiriques aux résultats expérimentaux . . . . .	77
4.1.3	Analyse critique . . . . .	81
4.1.4	Comparaison du modèle numérique et semi-empirique sur des joints droits d'un prototype de roue . . . . .	84
4.1.4.1	Modélisation d'un réservoir à l'entrée de type RSS . . . . .	85
4.1.4.2	Comparaison des résultats semi-empiriques et numé- riques . . . . .	88
4.1.4.2.1	Prédiction de la cavitation . . . . .	88
4.1.4.2.2	Prédiction des pertes énergétiques . . . . .	91
4.2	Validation de la CFD pour les joints labyrinthe . . . . .	91
4.2.1	Essais sur les joints labyrinthe . . . . .	92
4.2.2	Simulation numérique pour un joint labyrinthe . . . . .	93

4.2.2.1	Étude de la convergence du calcul . . . . .	95
4.2.2.2	Étude de la turbulence . . . . .	97
4.2.2.3	Influence de la rotation . . . . .	98
4.2.3	Comparaison de la CFD sur un joint labyrinthe aux résultats expérimentaux et semi-empiriques . . . . .	99
CHAPITRE 5 APPLICATION 1 : VALIDATION D'UNE SOLUTION SEMI- EMPIRIQUE POUR LES JOINTS ESCALIER . . . . . 102		
5.1	Simulation numérique pour un joint escalier . . . . .	102
5.2	Programme semi-empirique . . . . .	104
5.2.1	Calcul du débit . . . . .	105
5.2.1.1	Pertes de charge dans les morceaux de joint droit . .	105
5.2.1.2	Pertes de charge aux changements de section . . . .	106
5.2.1.3	Pertes de charge dans les coudes . . . . .	106
5.2.2	Calcul du moment . . . . .	107
5.2.3	Critère de cavitation . . . . .	109
5.3	Confrontation de la solution semi-empirique à la CFD . . . . .	110
5.3.1	Géométries et points de fonctionnement des joints escalier mo- délisés . . . . .	110
5.3.2	Calculs CFD sur les joints escalier . . . . .	112
5.3.2.1	Maillage utilisé . . . . .	112
5.3.2.2	Comparaison des simulations numériques avec et sans la modélisation des réservoirs . . . . .	113
5.3.3	Comparaison des résultats du programme semi-empirique aux résultats numériques . . . . .	115
5.3.3.1	Test des différentes méthodes de calcul du débit . . .	115
5.3.3.2	Test des différentes méthodes de calcul du moment .	117
5.3.3.3	Prédiction de la cavitation . . . . .	120
5.4	Conclusions de la comparaison de la solution semi-empirique à la CFD	121

CHAPITRE 6	APPLICATION 2 : OPTIMISATION GÉOMÉTRIQUE DE	
	JOINTS DROITS ET DE JOINTS ESCALIER . . . . .	124
6.1	Revue bibliographique de l'optimisation géométrique d'un joint . . . .	124
6.1.1	Algorithmes utilisés pour l'optimisation géométrique d'un joint	124
6.1.2	Analyse critique de la revue bibliographique et approche envisagée	126
6.2	Optimisation de la longueur d'un joint droit . . . . .	127
6.2.1	Encadrement de l'optimum . . . . .	128
6.2.2	Automatisation du processus d'optimisation . . . . .	131
6.3	Optimisation de la longueur d'un joint escalier . . . . .	134
6.3.1	Encadrement de l'optimum . . . . .	135
6.3.2	Cavitation . . . . .	138
6.3.3	Recherche de la longueur totale minimale non cavitante d'un joint escalier . . . . .	140
CONCLUSION	. . . . .	146
RÉFÉRENCES	. . . . .	151
ANNEXES	. . . . .	156

## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1.1	Présentation des modèles CFD utilisés pour l'étude de joints. .	12
TABLEAU 2.1	Comparaison de la CFD avec le modèle de turbulence SST aux résultats du diagramme de Moody. . . . .	25
TABLEAU 2.2	Paramètres des différents maillages paraboliques testés. . . . .	31
TABLEAU 2.3	Résultats des calculs avec les différents maillages . . . . .	32
TABLEAU 2.4	Paramètres des différents maillages uniformes testés. . . . .	36
TABLEAU 2.5	Résultats des calculs avec les différents maillages uniformes, comparés au résultat du calcul avec le Maillage parabolique #1. .	36
TABLEAU 3.1	Simulations avec les différentes géométries et maillages testés pour le réservoir d'entrée. . . . .	48
TABLEAU 3.2	Simulations avec les différentes géométries testés pour le réservoir de sortie. . . . .	49
TABLEAU 3.3	Comparaison des pertes de charge analytiques et numériques à l'entrée et à la sortie du joint. . . . .	59
TABLEAU 3.4	Comparaison des pertes de charge à l'entrée et à la sortie du joint, à la différence de pression entre les réservoirs. . . . .	59
TABLEAU 3.5	Comparaison des gradients de pression numériques, obtenus avec et sans la modélisation des réservoirs, aux résultats expérimentaux. . . . .	61

TABLEAU 3.6	Points de fonctionnement expérimentaux des cas tests sans rotation sur la Géométrie #1. . . . .	62
TABLEAU 3.7	Comparaison des différences de pression expérimentale et numérique, à la valeur analytique, pour les cas tests sans rotation sur la Géométrie #1. . . . .	63
TABLEAU 4.1	Géométries et points de fonctionnement des cas tests de joints droits. . . . .	72
TABLEAU 4.2	Comparaison des résultats numériques des calculs avec les CL de débit, obtenus avec les deux corrections en sortie, aux résultats expérimentaux. . . . .	74
TABLEAU 4.3	Comparaison des résultats semi-empiriques et numériques, avec CL de pression, aux résultats expérimentaux. . . . .	78
TABLEAU 4.4	Comparaison des pertes totales semi-empiriques et numériques aux résultats expérimentaux. . . . .	80
TABLEAU 4.5	Géométries et points de fonctionnement des joints droits de la roue Churchill Falls. . . . .	86
TABLEAU 4.6	Valeurs numériques et semi-empiriques de la pression minimale à l'entrée du joint. . . . .	89
TABLEAU 4.7	Comparaison des résultats semi-empiriques et numériques pour la fuite et le moment sur les joints droits de la roue Churchill Falls. . . . .	92
TABLEAU 4.8	Géométries de joints labyrinthe, et plage expérimentale de fonctionnement. . . . .	93

TABLEAU 4.9	Maillages paraboliques utilisés avec les deux géométries de joints labyrinthe. . . . .	95
TABLEAU 5.1	Géométries des joints escalier modélisés. . . . .	111
TABLEAU 5.2	Maillage des géométries de joints escalier modélisées, et de leur réservoir en entrée. . . . .	112
TABLEAU 5.3	Résultats des calculs numériques avec et sans réservoir sur les géométries d'essai des joints escalier. . . . .	114
TABLEAU 5.4	Pertes de fuite calculées avec les différentes formulations semi-empiriques, en pourcentages d'erreur de la perte de fuite numérique . . . . .	116
TABLEAU 5.5	Pertes de frottement calculées avec les différentes formulations semi-empiriques, en pourcentages d'erreur de la perte de frottement numérique. . . . .	118
TABLEAU 5.6	Comparaison des contraintes de cisaillement moyennes en Pa sur chaque morceau de joint droit pour la Géométrie de joint escalier B5. . . . .	119
TABLEAU 5.7	Pertes totales calculées avec les différentes formulations semi-empiriques pour le calcul du moment, en pourcentages d'erreur de la perte totale numérique. . . . .	120
TABLEAU 5.8	Valeurs numériques et semi-empiriques de la pression minimale à l'entrée du dernier morceau de joint droit vertical. . . . .	121



TABLEAU 5.9	Intervalles dans lesquels se trouvent les écarts entre les valeurs semi-empiriques et numériques des pertes énergétiques, pour les joints droits et les joints escalier testés. . . . .	122
TABLEAU 6.1	Gradient des pertes totales numériques, par rapport à la longueur du joint, pour différentes longueurs de joint avec et sans modéliser le réservoir en entrée. . . . .	128
TABLEAU 6.2	Longueur optimale numérique et semi-empirique du joint droit de la roue Churchill Falls pour deux valeurs différentes de jeu. . . . .	134
TABLEAU 6.3	Valeurs minimales de la pression dans le joint, obtenues avec la CFD, pour différentes longueurs totales du joint escalier CF2. . . . .	139
TABLEAU 6.4	Valeurs numériques de la perte totale et de la pression de sortie en dessous de laquelle apparaît la cavitation dans le joint, pour plusieurs longueurs totales du joint escalier A2. . . . .	140
TABLEAU 6.5	Valeurs numériques et semi-empiriques de la pression en sortie du joint en dessous de laquelle la cavitation apparaît dans la vena contracta à l'entrée du dernier morceau vertical de joint droit, pour différentes longueurs totales du joint escalier CF2. . . . .	141
TABLEAU 6.6	Résultats de la recherche de la longueur minimale non cavitante d'un joint escalier, pour les Géométries A2 et CF2. . . . .	144

## LISTE DES FIGURES

FIGURE 1	Schémas des géométries des trois types de joint. . . . .	3
FIGURE 2	Schémas de roues de turbines Francis, mettant en évidence la ceinture, et situant la position des joints. . . . .	4
FIGURE 1.1	Schémas des différents types de joint labyrinthe rencontrés dans la littérature. . . . .	14
FIGURE 2.1	Évolution du $y+$ aux parois dans la longueur de la conduite annulaire. . . . .	25
FIGURE 2.2	Évolution du gradient de pression dans la longueur de la conduite annulaire. . . . .	26
FIGURE 2.3	Vue, dans le plan de symétrie, du maillage parabolique à l'entrée d'un joint droit. . . . .	29
FIGURE 2.4	Convergence des résidus maximums avec le Maillage #1. . . .	33
FIGURE 2.5	Évolution du $y+$ sur le rotor dans la longueur du joint. . . .	34
FIGURE 2.6	Vue dans le plan de symétrie d'un exemple grossier du maillage en trois zones uniformes d'un joint droit. . . . .	35
FIGURE 3.1	Répartition des cas tests de joints droits dans le plan divisé en 4 régions, relativement aux vortex de Taylor et à la turbulence (graphe extrait de Vu (1976)). . . . .	39
FIGURE 3.2	Veine d'essai utilisée lors de la campagne d'essais sur les joints droits (figure extraite de Vu (1976)). . . . .	40

FIGURE 3.3	Modélisation simplifiée des réservoirs en entrée et en sortie du montage expérimental. . . . .	45
FIGURE 3.4	Vue dans le plan de symétrie du maillage parabolique grossier d'un réservoir à l'entrée du joint droit. . . . .	46
FIGURE 3.5	Convergence des résidus maximums pour la Simulation #1 avec le réservoir en sortie. . . . .	50
FIGURE 3.6	Schéma des réservoirs complets modélisés, avec les dimensions utilisées (en mm), et un détail du maillage. . . . .	53
FIGURE 3.7	Convergence des résidus maximums avec la modélisation des réservoirs au complet. . . . .	53
FIGURE 3.8	Champ de pression totale à la sortie du joint, pour différents nombres d'itérations avec le pas de temps adapté au joint. . .	55
FIGURE 3.9	Champ de la vitesse tangentielle au plan de symétrie du joint, dans les réservoirs. . . . .	56
FIGURE 3.10	Comparaison de la convergence des résidus maximums avec les CL de débit et de pression. . . . .	68
FIGURE 3.11	Évolution des résidus maximums, avec les CL de pression et les deux pas de temps. . . . .	69
FIGURE 3.12	Évolution de la pression statique moyenne en entrée et du débit dans la section, avec les CL de pression et les deux pas de temps.	69
FIGURE 4.1	Comparaison des gradients de pression numériques, calculés avec les CL de débit et avec les deux corrections en sortie, en % des valeurs expérimentales. . . . .	75

FIGURE 4.2	Comparaison des coefficients de débit numériques, calculés avec les CL de débit et avec les deux corrections en sortie, en % des valeurs expérimentales. . . . .	75
FIGURE 4.3	Comparaison des coefficients de débit et des pertes de frottement, semi-empiriques et numériques (calculés avec les CL de pression), en pourcentages des résultats expérimentaux. . . . .	79
FIGURE 4.4	Mesures expérimentales sur le graphe semi-empirique adimensionnel pour la fuite (graphique extrait de Vu (1978)a). . . . .	82
FIGURE 4.5	Résultats numériques sur le graphe semi-empirique adimensionnel pour la fuite (graphique extrait de Vu (1978)a). . . . .	83
FIGURE 4.6	Schéma du réservoir de type RSS en amont du joint. . . . .	87
FIGURE 4.7	Champ de pression au niveau de la vena contracta avec la Géométrie CF3, en imposant la pression statique moyenne nulle en sortie du joint. . . . .	90
FIGURE 4.8	Schéma de la géométrie d'un joint labyrinthe avec une cavité, avec un détail du maillage. . . . .	94
FIGURE 4.9	Convergence du calcul sur la Géométrie #1 avec les CL de débit, un Reynolds axial de 4900 et la vitesse de rotation 600 rpm. . . . .	96
FIGURE 4.10	Position des calculs numériques avec les CL de pression sur la Géométrie #1, avec les deux vitesses de rotation 600rpm et 1200rpm, sur le graphe du domaine des vortex de Taylor (graphe extrait de Vu (1976)). . . . .	97

FIGURE 4.11	Champ de vitesse dans la cavité de la Géométrie #1 pour l'écoulement de Couette à 600rpm. . . . .	97
FIGURE 4.12	Comparaison des corrections sur les Géométries #1 et #2, avec la vitesse de rotation de 600rpm et les conditions aux limites de débit (graphes adimensionnels extrait de Vu (1978)b). . . .	99
FIGURE 4.13	Résultats numériques, avec la correction basée sur $V_{tot}$ , superposés au graphe adimensionnel représentant les résultats expérimentaux et semi-empiriques, pour les Géométries #1 et #2 (graphes adimensionnels extrait de Vu (1978)b). . . . .	100
FIGURE 5.1	Schéma de la géométrie d'un joint escalier avec deux marches, avec un détail du maillage. . . . .	103
FIGURE 6.1	Analyse de sensibilité du gradient des pertes totales numériques, par rapport à la longueur du joint, pour le joint correspondant à la Géométrie CF1 avec une longueur de 100mm. . . . .	128
FIGURE 6.2	Pertes énergétiques pour différentes longueurs du joint Churchill Falls, avec la solution semi-empirique et le calcul numérique avec et sans réservoir. . . . .	130
FIGURE 6.3	Évolution des valeurs semi-empiriques et numériques des pertes énergétiques avec la longueur totale du joint, pour le joint escalier CF2 avec deux marches du prototype de roue Churchill Falls. . . . .	136
FIGURE 6.4	Champ des vecteurs vitesse dans la plan de symétrie du joint, pour le joint escalier CF2 de longueur totale 10mm. . . . .	137

FIGURE 6.5	Évolution des valeurs numériques et semi-empiriques de la fonction $P_{min} - P_{vap}$ , avec la longueur totale du joint escalier, pour les Géométries CF2 et A2. . . . .	142
FIGURE I.1	Schématisation de l'écoulement dans un élargissement brusque.	156

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Abréviations

CFD	Computational Fluid Dynamics
CL	Conditions aux limites
EPM	École Polytechnique de Montréal
MAGNU	Laboratoire de maillage et géométrie numérique de l'EPM
NLPQL	Nonlinear Programming Quadratic Line search
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RSS	Rotor Side Space
SST	Modèle de turbulence Shear Stress Transport

### Caractères latins

$C_d$	coefficient de débit	$C_d = (U/(2gH_s))^{1/2}$	$Pa$
$H_s$	hauteur de chute		$m$
PdC	pertes de charge		$Pa$
PdFct	point de fonctionnement		
$ReAx$	nombre de Reynolds axial	$ReAx = \frac{U_{\text{jeu}}}{\nu}$	
$ReT$	nombre de Reynolds tangentiel	$ReT = \frac{\Omega \text{rayon jeu}}{\nu}$	
$\bar{T}$	température moyenne de l'eau dans le joint		$^{\circ}C$
$Ta$	nombre de Taylor	$Ta = ReT \sqrt{\frac{\text{jeu}}{\text{rayon}}}$	
$U$	vitesse axiale moyenne dans le joint		$m/s$
$U_{\tau}$	vitesse de frottement à la paroi	$U_{\tau} = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{1/2}$	$m/s$
$V$	norme moyenne de la vitesse dans le joint		$m/s$
$y+$	distance adimensionnelle à la paroi	$y+ = \frac{U_{\tau} y}{\nu}$	

**Caractères grecs**

$\Delta P$	différence de pression aux bornes du joint		$Pa$
$\varepsilon$	taux de dissipation de l'énergie turbulente		$m^2/s^3$
$\mu$	viscosité dynamique du fluide		$N\ s / m^2$
$\nu$	viscosité cinématique du fluide	$\nu = \eta / \rho$	$m^2/s$
$\omega$	taux de dissipation spécifique	$\omega = \frac{\varepsilon}{k}$	$1/s$
$\Omega$	vitesse de rotation du rotor		rpm
$\rho$	densité du fluide		$kg/m^3$



**LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE I	PERTE DE CHARGE DANS UNE CONDUITE PRÉSENTANT UN ÉLARGISSEMENT BRUSQUE. . . . .	156
----------	--	-----

## INTRODUCTION

### Problématique des joints hydrauliques

Dans une turbine hydraulique il y a un jeu entre la roue et le stator, jeu communément appelé joint, à la fois au niveau de la couronne et au niveau de la ceinture de la roue. Ce jeu est nécessaire pour éviter le contact entre la partie tournante et la partie statique, contact qui aurait pour conséquence une soudure froide. Au niveau de la ceinture, le jeu relie nécessairement les zones en amont et en aval de la roue, à cause du mouvement relatif du rotor par rapport au stator. Au niveau de la couronne, un drain évite qu'une pression trop forte ne crée une force axiale que la turbine ne pourrait pas supporter. La pression en amont de la roue étant plus élevée que celle en aval, un écoulement se crée dans ce jeu. Or le fluide passant dans le joint ne passe pas dans la roue, ne participe pas au processus d'extraction d'énergie et représente donc une perte d'énergie : la perte de fuite est le produit du débit volumique passant dans le joint avec le gradient de pression entre les extrémités du joint (chute de pression dans le joint). De plus, le fluide passant dans le joint crée un moment de freinage sur le rotor : la perte de frottement est le produit du moment exercé sur le rotor avec la vitesse de rotation du rotor. Pour des roues de turbines basses chutes, les pertes énergétiques dans le joint, somme des pertes de fuite et de frottement, sont faibles : elles représentant moins de 0.5% de l'efficacité énergétique totale de la turbine. Mais pour des roues de turbines hautes chutes, les pertes énergétiques dans le joint représentent plus de 1% de l'efficacité de la turbine. Au cours du design d'une turbine hydraulique, les ingénieurs cherchent à estimer et à réduire ces pertes, en jouant sur la géométrie du joint. Par exemple, dans le cas d'un joint droit, on peut réduire le débit de fuite en augmentant la longueur du joint, mais le moment exercé sur le rotor augmente alors. Aussi, il faut s'assurer qu'il n'y a pas de cavitation dans le joint, phénomène qui en réduit beaucoup la durée de vie. Pour une différence de pression

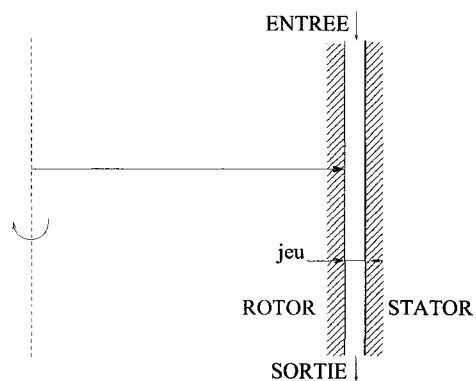
entre les bornes du joint et une pression à la sortie du joint données, la cavitation apparaît lorsque la longueur du joint est trop faible et que les vitesses y sont trop grandes.

### **Les différents types de joint utilisés**

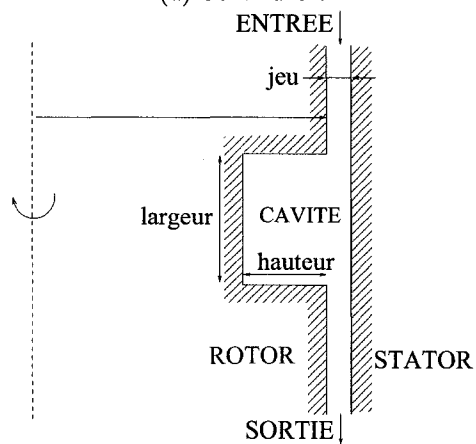
Les ingénieurs se sont penchés sur le problème des joints depuis maintenant un siècle, l'objectif étant de faire du joint un passage le plus tortueux possible, avec le plus de zones de cisaillement, pour y augmenter les pertes de charge et y limiter ainsi le débit. Les contraintes de durabilité, de fabrication et d'assemblage ont fait que seulement trois principaux types de joints sont largement utilisés et étudiés aujourd'hui : les joints droits (ou joints annulaires), les joints labyrinthe et les joints escalier. La Figure 1 représente un schéma pour chacune de ces géométries.

Le joint droit, conduite annulaire avec la rotation du cylindre interne, est le joint le plus simple. La perte de charge est due aux pertes visqueuses par cisaillement aux parois. Bien qu'il soit utilisé dans plusieurs configurations de roues de turbine, le joint droit n'est pas le plus efficace, la somme des pertes de fuite et de frottement y étant plus élevée.

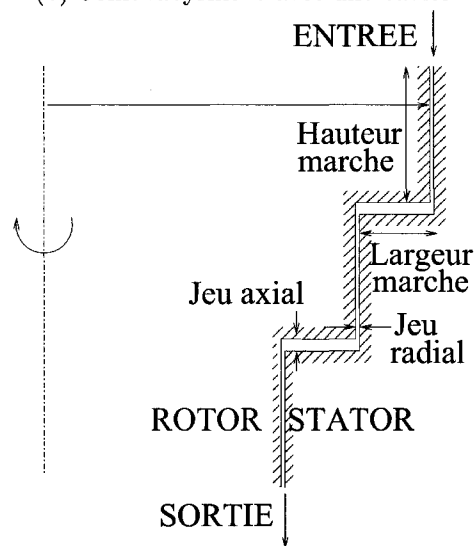
Le joint labyrinthe impose un cheminement tortueux à l'écoulement à l'aide de constriction séparées par des cavités qui transforment la chute en énergie cinétique, ensuite dissipée en partie dans les cavités. Ces joints sont très répandus car ils sont plus efficaces qu'un joint droit tout en étant résistants à l'usure, faciles à fabriquer et à assembler (Introduction de Rhode *et al.* (1997)b). De nombreux articles montrent qu'un joint labyrinthe est plus efficace qu'un joint droit : réduction de 20% de la fuite dans Rhode et Hibbs (1993) par exemple. Les pertes induites par les vortex créés dans les cavités sont plus importantes que les pertes visqueuses par cisaillement à la paroi. De nombreux et grands vortex et une vitesse de tourbillon importante augmentent la diffusion d'énergie cinétique turbulente sous forme de chaleur et réduisent le dé-



(a) Joint droit



(b) Joint labyrinthe avec une cavité



(c) Joint escalier avec deux marches

FIGURE 1 Schémas des géométries des trois types de joint.

bit de fuite (Asok *et al.* (2007)). Comme le mentionnent de nombreuses références (Asok *et al.* (2007), Sneek (1974) entre autres), le design d'un joint labyrinthe est un compromis entre les exigences d'avoir, sur une longueur totale donnée, le plus grand nombre de constriction, ainsi que la distance la plus grande entre les constriction, pour limiter le transfert d'énergie cinétique d'une cavité à une autre.

Dans un joint escalier, les pertes de charge sont importantes au niveau des coudes, ce qui en fait un joint très efficace. Ce joint est généralement utilisé avec des roues de turbines Francis hautes chutes pour lesquelles la pente au niveau de la ceinture de la roue permet d'insérer naturellement un joint escalier. Pour une turbine Francis basse chute, la ceinture est verticale et l'utilisation d'un joint escalier n'est pas évidente. En effet, chez Andritz VATEch<sup>1</sup>, des joints droits sont utilisés pour les roues basses chutes et des joints escalier sont utilisés pour des roues de plus hautes chutes. La Figure 2 représente deux schémas de roues de turbines Francis basses chutes et hautes chutes.

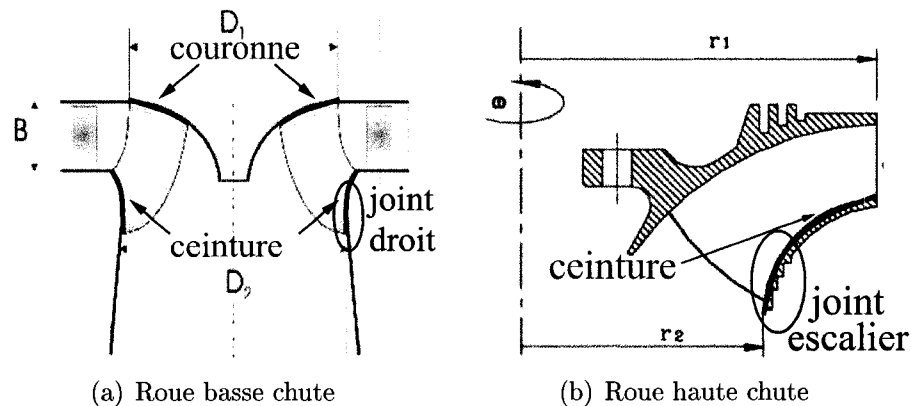


FIGURE 2 Schémas de roues de turbines Francis, mettant en évidence la ceinture, et situant la position des joints.

<sup>1</sup>Andritz VATEch Hydro Ltd. (Canada)

## Objectifs et démarche de l'étude

L'objectif général de notre étude est l'estimation précise des performances énergétiques d'un joint de turbine hydraulique, ainsi que la réduction des pertes créées par la présence du joint. Les outils développés devront pouvoir s'insérer dans le contexte industriel de design d'un prototype de roue de turbine. Plus spécifiquement, les objectifs de notre étude sont les suivants :

1. Optimiser la géométrie des joints droits et des joints escalier pour réduire les pertes énergétiques créées par la présence du joint.
2. Simuler numériquement l'écoulement dans les joints hydrauliques de façon précise. Le coût des calculs numériques devra être adapté à l'utilisation du modèle CFD dans des processus d'optimisation (temps de calcul limité).
3. Estimer les performances énergétiques des joints droits et des joints escalier à l'aide de programmes semi-empiriques. Les programmes semi-empiriques, combinés au calcul numérique dans le processus d'optimisation, devront permettre de réduire le temps nécessaire pour optimiser la géométrie des joints.

Quelques études paramétriques montrent que l'optimisation géométrique d'un joint permet une réduction importante des pertes énergétiques : réduction de 60% du débit de fuite d'un joint labyrinthe escalier dans Rhode *et al.* (1994), réduction des pertes énergétiques totales (pertes de fuite et de frottement) en ajustant la longueur d'un joint droit avec un programme semi-empirique dans Vu (1978)a. Une prédiction précise de la performance du joint (valeur des pertes énergétiques, cavitation) est nécessaire au processus d'optimisation et nous choisissons d'utiliser la CFD (Computational Fluid Dynamics) comme outil de prédiction. Mais les calculs CFD sur des joints hydrauliques sont rares, les références trouvées dans la littérature étant peu nombreuses, et le problème est complexe du point de vue numérique. En effet, cet écoulement interne et turbulent présente de grandes disparités d'échelles, le jeu mesurant généralement moins de 1mm, comparé au diamètre de la turbine, de plusieurs

mètres. Les points sensibles du modèle CFD, qui sont le modèle de turbulence, le maillage et les conditions aux limites, sont étudiés de façon exhaustive et les choix sont faits à la lumière de nombreux tests numériques. On utilise le logiciel commercial Ansys CFX11, code de volume fini, pour la résolution des équations de Navier-Stokes, avec un modèle de turbulence à bas Reynolds. Des conditions aux limites de débit et de pression sont étudiées et comparées, et l'influence des zones en amont et en aval du joint est étudiée de manière approfondie.

Andritz VATEch a réalisé des études expérimentales pour les joints droits et les joints labyrinthe (Vu (1976), Lang (1964)), à partir desquelles des solutions semi-empiriques ont été développées. Cependant, chez Andritz VATEch, jamais la CFD n'a été utilisée pour modéliser les joints. Les résultats expérimentaux et semi-empiriques serviront au choix et à la validation du modèle CFD décrit plus haut. Le modèle CFD, ainsi validé sur les joints droits et les joints labyrinthe, est ensuite repris pour le calcul numérique sur un joint escalier. Malheureusement aucun résultat expérimental ou semi-empirique pour les joints escalier n'est disponible. On développe donc un programme semi-empirique pour les joints escalier, à partir du modèle semi-empirique pour les joints droits. Un programme de ce type permet d'obtenir un résultat instantanément et donc s'insère bien dans un contexte industriel de design. La CFD sur les joints escalier servira de référence pour la validation et le calage de ce programme semi-empirique.

## **Plan du document**

Ce document est divisé en six parties. Premièrement, la revue bibliographique, qui présente les études analytiques, expérimentales et numériques de joints trouvées dans la littérature, va permettre de mettre en évidence les lacunes existantes dans les techniques de prédiction des performances des joints. Ces points faibles sont ensuite utilisés pour définir un modèle CFD approprié, dont le modèle de turbulence et le

maillage sont validés à l'aide de tests numériques. Le modèle CFD devant être validé pour évaluer sa précision, la comparaison à des résultats expérimentaux est nécessaire. Ainsi, on présente dans la partie suivante le montage expérimental qui a été utilisé pour les essais de Vu (1976) et on étudie la meilleure façon d'imposer les conditions aux limites, de manière à s'en rapprocher le plus possible. En particulier, les deux types de conditions aux limites (conditions aux limites de débit et de pression) sont testés et validés. Dans la partie suivante, le modèle CFD étant complètement défini, on présente les résultats de la validation sur les joints droits et les joints labyrinthe. Le modèle CFD ainsi validé est ensuite utilisé avec les joints escalier et sert de référence pour la validation d'une solution semi-empirique pour les joints escalier, que l'on développe à partir de la solution existante pour les joints droits (Vu (1978)a). Finalement, la CFD et les modèles semi-empiriques que l'on a validés sont utilisés pour mettre en place des processus d'optimisation des géométries de joints droits et escalier.



## CHAPITRE 1

### REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Nous présentons ci-dessous les résultats les plus importants trouvés dans la littérature, concernant les joints de turbines à gaz ou de turbines hydrauliques. Comme il est mentionné dans Asok *et al.* (2007), la littérature traitant des joints de turbomachines à gaz est abondante, et très peu d'articles traitent des écoulements liquides dans un joint. Mais certains résultats qualitatifs obtenus pour l'écoulement d'un gaz sont valables pour un liquide, si les paramètres de similitude sont conservés. Par exemple, on trouve dans la littérature des études sur des joints de turbines à gaz utilisant des dispositifs expérimentaux fonctionnant avec de l'eau.

On décrit tout d'abord les méthodes analytiques les plus importantes qui ont été utilisées pour la prédiction des performances des joints. Une attention particulière est portée au programme semi-empirique pour les joints droits utilisé chez Andritz VATech (Vu (1978)a). On fait ensuite une revue la plus complète possible des méthodes numériques utilisées pour les joints, en traitant tous les articles trouvés sur les joints d'étanchéité, puis on résume les observations et les conclusions les plus intéressantes, sur le fonctionnement d'un joint. Finalement une analyse critique de la revue de littérature nous permettra de faire quelques choix pour la suite de l'étude.

#### 1.1 Méthodes de prédiction des performances énergétiques d'un joint

##### 1.1.1 Solutions analytiques et semi-empiriques

On est capable de prévoir théoriquement la perte de charge dans une conduite annulaire sans rotation en laminaire (solution explicite des équations de Navier-Stokes)

ou en turbulent (avec le diagramme de Moody). Des modèles semi-empiriques ont été développés pour des géométries plus complexes et des conditions de fonctionnement plus réalistes, comme la prise en compte de la rotation par exemple.

Les premières tentatives, avant 1974, de prédictions des performances d'un joint labyrinthe (voir schéma 1(b)) sont présentées de façon très claire dans la revue de littérature de Sneek (1974). La méthode analytique la plus populaire à l'époque, qui se base sur l'article de Martin (1908), permet d'estimer le débit dans le joint en fonction du gradient de pression et du nombre de cavités, entre autres. Les principaux articles qui suivirent (Egli (1935), Vermes (1961)) s'inspirèrent de ce travail et tentèrent d'améliorer la formule de Martin. Cette approche modélise les aspects thermodynamiques du fonctionnement d'un joint labyrinthe et nécessite l'utilisation de coefficients empiriques : coefficient de l'orifice annulaire reliant le débit passant au niveau d'une constriction à la différence de pression en amont et en aval de celle-ci et le degré de dissipation de l'énergie cinétique dans la cavité. Leur application est donc limitée à des géométries proches des géométries considérées lors de la détermination des coefficients. De plus, notons que cette approche ne prend pas en compte la rotation, ni la perte de charge visqueuse par cisaillement sur les parois, car, dans tous les articles trouvés, cette approche n'est appliquée qu'à des joints de turbine à gaz, et non à ceux de turbines hydrauliques.

Les rapports de D.E.W.<sup>1</sup> Vu (1978)a (programme semi-empirique pour les joints droits) et Vu (1978)b (programme semi-empirique pour les joints visqueux hélicoïdaux et labyrinthe) présentent une approche différente du problème. La théorie non linéarisée pour des écoulements turbulents en couche mince présentée dans Elrod et Ng (1967) (voir aussi Elrod (1973) et Ng et Pan (1965)) est utilisée. Cette théorie utilise l'expression des lois de paroi de Prandtl pour une couche limite turbulente, ainsi qu'une expression empirique pour la diffusivité des tourbillons, ou diffusivité de

---

<sup>1</sup>Dominion Engineering Works Limited, maintenant Andritz VATEch Ltd. (Canada)

l'énergie cinétique turbulente. Pour des géométries simples, comme le joint droit, il est alors possible de relier le débit de fuite dans le joint au gradient de pression. Les coefficients reliant le gradient de pression au débit dépendent à la fois du gradient de pression axial et du nombre de Reynolds tangentiel, dans le cas de la théorie non linéarisée. Avec la théorie linéarisée les coefficients ne dépendent que du gradient de pression.

Cette approche est complètement différente de l'approche précédente puisqu'il n'y a plus aucune considération thermodynamique. À la place, les équations de Navier-Stokes sont résolues analytiquement en utilisant les dernières connaissances de l'époque en matière de turbulence (formulations analytiques, corrélations) et en essayant de prendre en compte au mieux la géométrie (conditions aux limites dans la résolution). Cette formulation tient compte de la rotation, des effets de la turbulence et de la viscosité de manière plus rigoureuse. De plus, D.E.W. utilise une corrélation avec des résultats expérimentaux pour des joints droits, tests réalisés dans leur laboratoire, pour obtenir une solution plus précise (Vu (1978)a). Cette corrélation permet de tenir compte des effets inertiels, dont les termes ont été négligés dans la résolution analytique des équations de Navier-Stokes dans Elrod et Ng (1967), et des pertes de charge en entrée et en sortie, la théorie décrivant l'écoulement établi.

Le programme prédit aussi s'il y a cavitation ou non dans la *vena contracta* à l'entrée du joint droit, en utilisant un critère sur le coefficient de débit  $C_d$  (« discharge coefficient » défini par  $C_d = (U/(2gH_s))^{1/2}$  avec  $U$  la vitesse axiale moyenne et  $H_s$  la chute). Ce critère est le résultat de l'analyse de l'écoulement dans la *vena contracta*, qui utilise l'hypothèse que le rapport entre la section dans laquelle s'écoule effectivement le fluide au niveau de la *vena contracta* et la section totale du joint est 0,611. Cette hypothèse est conservatrice car le rapport est généralement supérieur. Le coefficient de débit critique, au dessus duquel on prédit la cavitation, est défini à partir de la pression de vapeur saturante, de la différence de pression aux bornes du joint droit, de la pression à l'entrée du joint et de la vitesse moyenne absolue.

Les prédictions du débit données par le programme sont en bon accord avec les résultats expérimentaux réalisés chez D.E.W., à la fois pour les joints droits pour lesquels la corrélation sur la perte de fuite a été réalisée (Vu (1978)a) mais aussi pour les joints labyrinthe (Vu (1978)b). La prédiction du programme semi-empirique pour le moment exercé sur le rotor est moins bonne, aucune corrélation n'ayant été réalisée pour ce dernier. De plus, il a été observé lors d'essais en laboratoire chez Andritz VATech que la cavitation apparaît plus tôt expérimentalement, lorsque l'on réduit la longueur du joint ou que l'on diminue la pression à sa sortie, que ce que prévoit le programme semi-empirique. Finalement, les programmes semi-empiriques implémentant ces solutions analytiques pour les joints droits et les joints labyrinthe constituent un outil de prédiction de la performance du joint très peu coûteux, les résultats étant obtenus instantanément.

### 1.1.2 Modèles numériques (utilisés dans la littérature)

Comme l'indique Rhode et Nail (1992), les méthodes analytiques décrites ci-dessus ne sont satisfaisantes que pour des configurations géométriques proches des configurations qui ont permis le calcul des coefficients empiriques. Autrement, on a recours à l'expérimentation et de nombreuses études expérimentales (Morrison *et al.* (1991), Willenborg *et al.* (2001) par exemple) ont permis de mieux comprendre les caractéristiques de l'écoulement dans les joints. Ces résultats expérimentaux ont aussi permis d'étalonner les modèles numériques qui se sont développés à partir des années 1980, Stoff (1980) étant un des premiers articles présentant des résultats numériques pour l'écoulement dans un joint. Ces modèles vont permettre l'étude de joints de géométries quelconques, la réalisation d'études paramétriques de la géométrie et finalement la mise en place de processus d'optimisation.

Les premières simulations numériques pour des joints labyrinthe furent réalisées dans

Stoff (1980) et Rhode *et al.* (1994) où les auteurs développèrent leur propre code de résolution des équations de Navier-Stokes et du modèle de turbulence  $\kappa - \epsilon$ . Dans la littérature plus récente, les codes commerciaux sont utilisés. On présente dans le tableau 1.1 les caractéristiques des calculs CFD réalisés sur des joints rencontrés dans la littérature. La majorité de ces travaux utilise un maillage structuré, le modèle de turbulence  $\kappa - \epsilon$  et les conditions aux limites de débit. Cependant certaines simulations utilisent le modèle de turbulence  $\kappa - \omega$  et des conditions aux limites de pression.

TABLEAU 1.1 Présentation des modèles CFD utilisés pour l'étude de joints.

Références	Maillage	Modèle CFD
Asok <i>et al.</i> (2007) : Étude paramétrique sur joints labyrinthe droit.	Structuré, adaptation (feature de Fluent)	Fluent, liquide (eau), pas de rotation, $\kappa - \epsilon$ , CL de débit
Schramm <i>et al.</i> (2004) : Optimisation sur joints labyrinthe escalier. Modélisation des zones d'entrée et de sortie.	Structuré, pas d'adaptation	TascFlow, gaz compressible (air), pas de rotation, $\kappa - \epsilon$ , CL de débit
Tremblay (1996) : Étude paramétrique d'un joint labyrinthe. Simulation sur trois joints escalier.	Non structuré, adaptation travaillée	Code éléments finis maison, liquide (eau), rotation sur escalier seulement, laminaire, CL de débit
Rhode <i>et al.</i> (1994) et Rhode et Hibbs (1992) : Étude paramétrique sur joints labyrinthe et étude de variantes géométriques.	Structuré, pas d'adaptation	Code maison développé pour les joints (axisymétrique, incompressible ou compressible), gaz et liquide, rotation, $\kappa - \epsilon$ , CL de débit ou de pression
Gear <i>et al.</i> (2005) : Calcul sur une géométrie spécifique d'un joint de turbine à gaz.	Structuré, pas d'adaptation	Code maison de volumes finis, gaz, rotation, $\kappa - \omega$ (avec lois de paroi pour grands $y^+$ ), CL de pression (pression totale en entrée et statique en sortie)

## 1.2 Variantes géométriques du joint labyrinthe

Bien que les géométries de joint les plus répandues soient celles que l'on va modéliser dans cette étude (joint droit, joint labyrinthe et joint escalier, schématisés à la Figure 1), il existe cependant de nombreuses variantes géométriques du joint labyrinthe, qui est nommé de façon plus précise « joint labyrinthe droit ». Les variantes de cette géométrie cherchent toutes à rendre le trajet de l'écoulement dans le joint encore plus tortueux pour augmenter la turbulence et limiter le transfert direct d'énergie cinétique entre les cavités. Ces variantes sont ainsi plus efficaces que le joint labyrinthe droit. Bien que l'on n'étudie pas ces géométries différentes dans le travail présenté dans ce document, la Figure 1.1 représente les différents types de joint labyrinthe rencontrés dans la littérature. De plus on note que, dans la littérature, il n'est mention de joints escalier qu'en rapport aux joints labyrinthe. L'introduction de l'escalier dans un joint labyrinthe permet de limiter le transfert d'énergie cinétique de cavité à cavité et permet d'obtenir des débits de fuite beaucoup plus faibles que pour un joint labyrinthe droit (Rhode *et al.* (1994)). La seule référence à des joints escalier sans cavités est Tremblay (1996), qui présente trois configurations de joints escalier sans labyrinthe.

Dans la littérature on trouve de nombreuses études CFD paramétriques de différents types de joint labyrinthe. Ces études paramétriques ont permis de mieux comprendre l'influence de certains paramètres géométriques sur les caractéristiques de l'écoulement. Voici les résultats qui nous ont paru les plus intéressants concernant le joint labyrinthe droit :

- Les joints droits fuient en moyenne 20% de plus que les joints labyrinthe droit dans une grande plage de fonctionnement dans Rhode et Hibbs (1993).
- Dans un joint labyrinthe droit, les vortex sont différents dans les deux premières cavités. Après la troisième cavité, les vortex sont identiques et l'écoulement est périodique dans Rhode et Hibbs (1992) et dans l'étude expérimentale de Morrison *et al.* (1991).

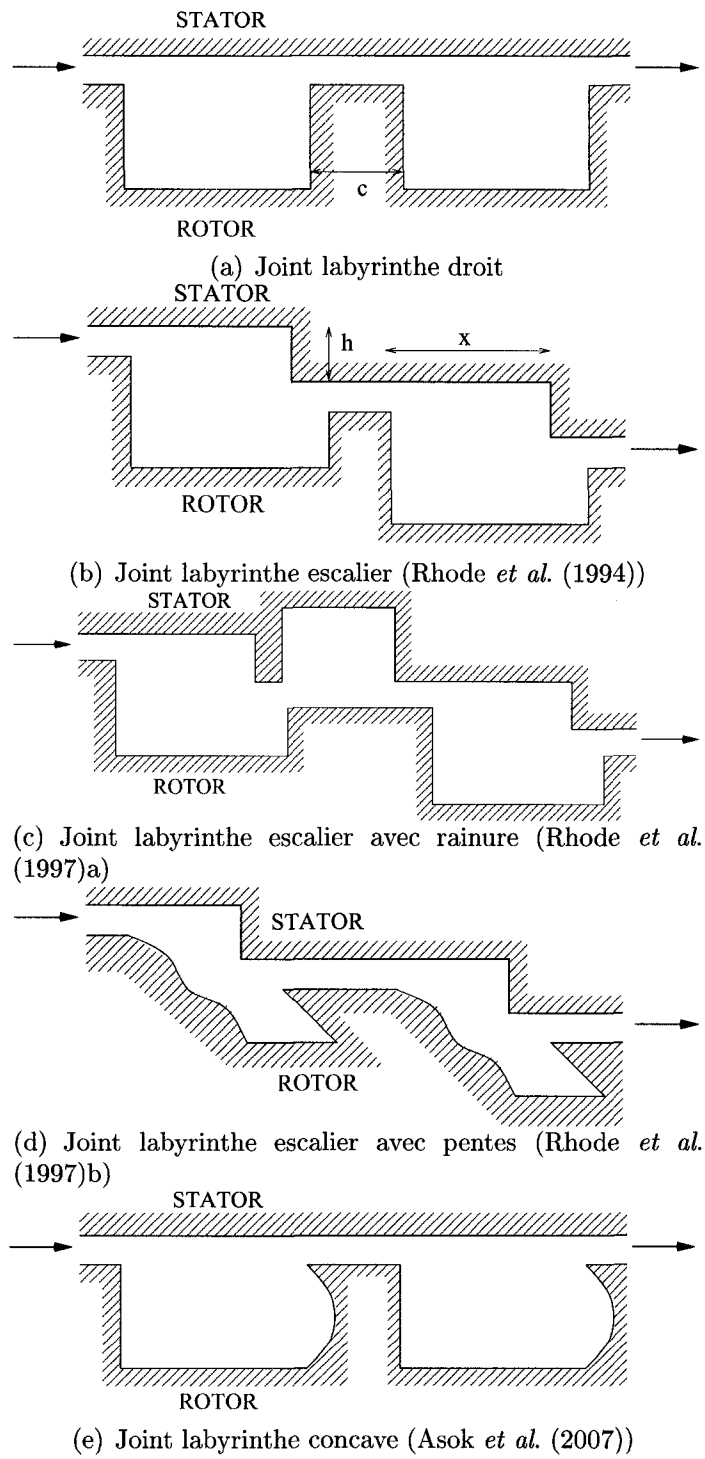


FIGURE 1.1 Schémas des différents types de joint labyrinthe rencontrés dans la littérature.

- La fuite du joint est indépendante de l'épaisseur des dents ou constrictions (notée  $c$  sur la Figure 1.1(a)) dans l'étude paramétrique de Rhode et Hibbs (1992).
- Un joint labyrinthe droit est plus efficace avec les dents sur le rotor que sur le stator dans Rhode et Nail (1992) : réduction de 10% des pertes de fuites. Les auteurs observent une vitesse azimutale plus élevée lorsque les dents sont sur le rotor car la surface tournante du rotor est plus importante dans ce cas. Cette vitesse plus élevée induit surement plus de turbulence et donc plus de dissipation d'énergie.

Voici les résultats qui nous ont paru les plus intéressants concernant le joint labyrinthe escalier :

- Réduction de 60% du débit de fuite dans un joint labyrinthe escalier, grâce à l'étude paramétrique de la hauteur et de la position de la marche dans Rhode *et al.* (1994). Ainsi, optimiser la géométrie d'un joint peut permettre une diminution significative du débit de fuite.
- Importance de la hauteur de la marche dans un joint labyrinthe escalier pour limiter le transfert d'énergie cinétique (Rhode *et al.* (1994) et conclusion de l'optimisation dans Schramm *et al.* (2004)).

Notons que tous ces résultats ont été obtenus dans l'étude de joints de turbines à gaz. Mais ces conclusions sont applicables aux cas des turbines hydrauliques. Par exemple, les cavités d'un joint labyrinthe d'une roue de turbine hydraulique se trouvent également sur le rotor.

### 1.3 Autres problématiques liées aux joints

Lors de la recherche bibliographique, on a croisé certains documents présentant d'autres problématiques annexes liées aux joints de turbine :

1. L'interaction du flux à la sortie du joint avec le flux principal sortant de la roue induit une « perte de mélange ». Les articles traitant de ce phénomène (Gear *et al.* (2005)) traitent de turbines à gaz et insistent sur l'effet néfaste



de la déviation de l'écoulement dans un compresseurs à étages. Cet effet est surement négligeable pour une turbine hydraulique qui ne possède pas d'étages.

2. La stabilité dynamique du rotor est influencée par l'écoulement dans le joint. Un mouvement périodique excentrique du rotor peut être entretenu par les variations de pression dans le joint. Ma *et al.* (2006) étudie les effets de certains paramètres du joint (rayon, longueur, jeu...) sur la stabilité du rotor dans le cas d'une turbine hydraulique.
3. Staubli et Bissig (2002) étudient l'influence de la géométrie de la zone de jeu entre le rotor et le carter, en amont du joint labyrinthe dans une machine hydraulique. Selon eux, la géométrie de cette zone a plus d'influence sur les aspects dynamiques que sur les aspects énergétiques. Le rotor pourrait donc être stabilisé en modifiant cette zone avant le joint et le joint pourrait être optimisé en ne considérant que les pertes énergétiques.

Les pertes de mélange à la sortie du joint, la stabilité dynamique du rotor et la zone en amont du joint ne seront pas étudiées ici. On rappelle que l'on s'intéresse seulement aux pertes énergétiques dans le joint et à la cavitation, l'objectif de notre étude étant l'optimisation géométrique d'un joint du point de vue énergétique.

#### 1.4 Analyse critique de la revue de littérature

Des études paramétriques de la géométrie d'un joint (Rhode *et al.* (1994) par exemple) ont montré qu'il est possible de réduire significativement le débit de fuite, en modifiant la géométrie. De plus, selon les prédictions fournies par le programme semi-empirique pour les joints droits utilisé chez Andritz VATEch, il est possible de réduire les pertes énergétiques de plusieurs dizaines de pourcents, seulement en faisant varier la longueur du joint. Ces résultats montrent bien l'intérêt de l'optimisation géométrique d'un joint, principal objectif de notre étude. De plus, on choisit d'optimiser

seulement deux géométries de joint (joint droit et joint escalier), assez simples par rapport à toutes les variantes qui peuvent exister (voir Figure 1.1), car ce sont les géométries les plus fréquemment utilisées par Andritz VATEch sur leurs prototypes de roues. Pour optimiser ces géométries, on utilise des solutions semi-empiriques et la CFD comme outils de prédiction des performances énergétiques.

On a vu que de nombreuses recherches se sont intéressées à l'écoulement dans différents types de joints de turbines à gaz. Au contraire peu de travaux se sont intéressés à l'écoulement d'un liquide dans ces mêmes types de joint. Tous ces travaux avec un gaz aident à la compréhension de l'écoulement d'un liquide mais n'abordent pas certains aspects importants dans l'étude des joints de turbines hydrauliques. En effet la plupart des références citées s'intéressent seulement à la perte due à la fuite et ne mentionnent pas l'effet de freinage du rotor par le fluide. Or comme l'indique les rapports de D.E.W., pour une turbine hydraulique, le moment exercé par le fluide s'écoulant dans le joint, sur le rotor, génère une perte du même ordre de grandeur que la perte de fuite. Aussi la prédiction de la cavitation n'est pas étudiée dans la littérature. Or c'est un facteur limitant qu'il faut éviter à tout prix dans le cas d'une turbine hydraulique, car la cavitation détériore les composants de la turbine.

Finalement, les informations trouvées dans la littérature nous permettent de préciser nos objectifs en ce qui concerne les modèles semi-empiriques et le modèle CFD :

1. Andritz VATEch utilise déjà un programme semi-empirique qui estime les pertes énergétiques et prédit la cavitation dans un joint droit. Par contre, nous n'avons rien trouvé dans la littérature en ce qui concerne une solution analytique ou semi-empirique pour les joints escalier. Il nous faudra donc développer un modèle semi-empirique pour le calcul des pertes énergétiques et la prédiction de la cavitation dans un joint escalier. Pour ce faire, nous nous inspirerons du programme semi-empirique développé par D.E.W. pour les joints droits.
2. Chez Andritz VATEch, la CFD n'a jamais été utilisée pour simuler l'écoulement

dans des joints, ou dans des géométries présentant de si petites dimensions. Le modèle CFD choisi devra donc être validé avec des résultats expérimentaux de campagnes d'essai réalisées chez D.E.W. Comme dans la plupart des études CFD de la littérature sur des joints, on choisit d'utiliser un maillage structuré et de faire les calculs en stationnaire, en considérant le problème axi-symétrique. Mais la plupart de ces études portent sur des joints de turbines à gaz, et utilisent le modèle de turbulence  $\kappa - \epsilon$  ayant recours à des lois de paroi. Ce modèle de turbulence, qui a été développé pour des écoulements externes, est acceptable pour la simulation de joints de turbine à gaz car les nombres de Reynolds sont beaucoup plus grands que dans le cas d'une turbine hydraulique. Pour un joint hydraulique, avec de l'eau comme fluide de fonctionnement et de plus petits nombres de Reynolds, le modèle  $\kappa - \omega$  à bas Reynolds, qui permet d'intégrer les équations de Navier-Stokes jusqu'à la paroi, devrait mieux estimer les pertes visqueuses à la paroi, qui sont importantes dans le joint. Chochua *et al.* (2002) montrent bien la meilleure performance d'un modèle à bas Reynolds, pour la simulation de l'écoulement dans un joint droit avec des parois en nid d'abeille. L'objectif est donc d'implémenter une procédure d'analyse CFD pour calculer les pertes énergétiques (pertes de fuite et de frottement) et prédire la cavitation dans un joint hydraulique, en utilisant un modèle de turbulence à bas Reynolds, et de valider ce modèle en le comparant à des résultats expérimentaux.

Les choix faits pour le modèle CFD, en particulier pour le maillage et le modèle de turbulence, sont discutés et justifiés en détails dans le chapitre suivant. L'imposition des conditions aux limites, plus problématique à cause des disparités d'échelle à l'entrée et à la sortie du joint, est traitée dans un chapitre distinct. Les chapitres suivants présentent ensuite la validation du modèle CFD par rapport aux résultats expérimentaux, et la solution semi-empirique développée pour le joint escalier.

## CHAPITRE 2

### CHOIX DU MODÈLE CFD

#### 2.1 Hypothèses guidant le choix du modèle CFD

L'écoulement d'un fluide est régi par les équations de Navier-Stokes. Des hypothèses sur la nature de l'écoulement permettent de simplifier ces équations générales.

**Incompressibilité** Le fluide étant de l'eau, les calculs seront faits en incompressible.

**Écoulement isotherme** Comme il est mentionné dans Tremblay (1996), l'élévation de température est négligeable pour l'eau passant dans le joint. En effet lors des essais expérimentaux sur des joints droits, la température de l'eau n'augmente pas de plus de 1 °C lors de son passage dans le joint (Vu (1976)) et dans l'expérience réalisée dans Morrison *et al.* (1991) pas plus de 0.5 °C. On modélise donc l'écoulement de manière isotherme et les propriétés physiques de l'eau sont calculées en considérant la température moyenne de l'eau dans le joint.

**Régime permanent** Comme le jeu est petit par rapport au rayon du rotor, les vortex de Taylor, sources d'instationnarité, ne sont pas présents dans le joint. Les calculs seront donc réalisés en stationnaire, ce qui permet de supprimer les termes de dérivées partielles par rapport au temps dans les équations de Navier-Stokes. La Figure 3.1 (page 39), extraite du rapport D.E.W. Vu (1978)a, montre bien que les vortex de Taylor ne sont pas présents dans la presque totalité des cas tests de la campagne d'essais sur les joints droits. Pour chaque simulation réalisée, on vérifiera sur ce graphe que l'on est bien en dehors des zones où des vortex apparaissent.

**Turbulence** La Figure 3.1 montre également que l'écoulement est turbulent dans la presque totalité des cas tests de la campagne d'essais sur les joints droits.

De plus les niveaux de turbulence mesurés dans l'étude expérimentale Morrison *et al.* (1991) pour un joint labyrinthe sont importants, l'intensité de turbulence atteignant 18% au niveau des constriction. La fuite plus faible obtenue avec des joints labyrinthe, par rapport aux joints droits, s'explique par le fait que la turbulence permet de dissiper plus d'énergie dans les cavités que le cisaillement sur les parois. En effet, les calculs en laminaire de Pascal Tremblay (Tremblay (1996)), réalisés avec de plus petits nombres de Reynolds que ceux correspondant aux conditions réelles de fonctionnement, montrent, qu'en l'absence de turbulence, un joint droit est plus efficace qu'un joint labyrinthe. Pour la simulation d'un écoulement dans de petits jeux, un modèle de turbulence RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) à 2 équations, sans utilisation de lois de paroi, s'avère nécessaire pour estimer correctement les pertes visqueuses aux parois. Comme on l'a mentionné dans la revue de littérature, Chochua *et al.* (2002) ont montré la meilleure performance d'un modèle à bas Reynolds par rapport à l'utilisation de lois de paroi, pour la simulation d'un joint droit avec des parois en nid d'abeille.

La simulation de cet écoulement incompressible, isotherme et turbulent, nécessite donc la résolution d'une forme simplifiée des équations de Navier-Stokes. Les hypothèses d'incompressibilité et de fluide isotherme permettent de supprimer l'équation de l'énergie, normalement couplée aux équations de Navier-Stokes. Un modèle de turbulence de type RANS ayant été choisi, on résout les équations de Navier-Stokes associées :

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} \otimes \vec{U}) = \vec{\nabla} \cdot \left[ -\frac{p}{\rho} \vec{I} + \nu_{eff} \left( \vec{\nabla} \vec{U} + \vec{\nabla} \vec{U}^T \right) \right], \quad (2.1)$$

qui est couplée à l'équation de continuité pour un fluide incompressible,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0. \quad (2.2)$$

Dans ces équations,  $\vec{U}$  est la vitesse moyenne du fluide,  $p$  est la pression statique moyenne et  $\nu_{eff}$  est la viscosité cinématique effective du fluide. Cette dernière, dans l'approximation de Boussinesq, est la somme de la viscosité moléculaire  $\nu_{mol}$  et de la viscosité turbulente  $\nu_t$

$$\nu_{eff} = \nu_{mol} + \nu_t. \quad (2.3)$$

La turbulence est modélisée avec d'autres équations que les équations 2.1 et 2.2. Dans notre cas, la viscosité turbulente sera calculée en utilisant le modèle de turbulence RANS à deux équations  $\kappa - \omega$ . La viscosité turbulente est reliée aux quantités turbulentes selon :

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (2.4)$$

Avec le modèle de turbulence  $\kappa - \omega$ , une équation différentielle de transport pour  $k$  (l'énergie cinétique turbulente) :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}k) = \vec{\nabla} \cdot \left[ \left( \nu_{mol} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \vec{\nabla} k \right] + P_k - \beta' k \omega,$$

et une équation différentielle de transport pour  $\omega$  (fréquence de turbulence) :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}\omega) = \vec{\nabla} \cdot \left[ \left( \nu_{mol} + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \vec{\nabla} \omega \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2,$$

sont résolues de manière couplée avec les équations de Navier-Stokes. Le terme de production  $P_k$  est donné par :

$$P_k = \nu_t \overline{\nabla \vec{U}} : \left( \overline{\nabla \vec{U}} + \overline{\nabla \vec{U}}^T \right).$$

Finalement les constantes du modèles sont les suivantes :

$$\beta' = 0,09; \quad \alpha = 5/9; \quad \beta = 0,075;$$

$$\sigma_k = 2; \quad \sigma_\omega = 2.$$

Pour résoudre les équations présentées, on choisit d'utiliser le solveur commercial de volumes finis Ansys CFX11, utilisé chez AndritzVATech. Le modèle  $\kappa - \omega$  à bas Reynolds implémenté dans CFX11 est celui développé dans Wilcox (1988). Dans le livre Wilcox (1999), l'auteur détaille les valeurs limites à utiliser pour l'énergie cinétique turbulent  $k$  et pour la fréquence de turbulence  $\omega$ , au niveau d'une paroi sans glissement :  $k$  est nulle, la vitesse étant nulle à la paroi, et la valeur de  $\omega$  imposée est reliée à la rugosité de la paroi. Pour une paroi lisse,  $\omega$  tend en théorie vers l'infini. Numériquement, de grandes valeurs suffisent pour s'approcher du cas limite, sans toutefois créer d'instabilité numérique. La documentation de CFX11 ne donne pas les formulations exactes des conditions aux limites à la paroi pour les grandeurs turbulentes. En particulier, ce n'est pas possible de choisir la valeur de  $\omega$  à la paroi, ce qui nous permettrait d'imposer une rugosité.

Les simulations étant faites pour des géométries concentriques de joint, on considère le problème axisymétrique, en supposant que l'axe de rotation est bien centré. Comme CFX11 ne permet pas de calculs en 2D (résolution des équations de Navier-Stokes en cylindrique non implémentée), nous modélisons une tranche du joint et on utilise des conditions de périodicité sur les faces correspondantes, dans la direction azimutale. Dans les sections suivantes, on réalise des tests numériques pour choisir le modèle de turbulence et le maillage. Ces calculs sont faits sur une géométrie de joint droit et on ne modélise pas les zones en amont et en aval du joint (appelées réservoirs). Un joint droit (voir Figure 1(a)) possède trois paramètres géométriques : jeu, longueur du joint et rayon du rotor. On utilise la Géométrie #1 du Tableau 4.1 (page 72 au début du Chapitre 4), qui correspond à une des géométries testées en laboratoire, ainsi que les conditions aux limites de débit : on impose le débit en entrée (avec l'option vitesse normale à la face d'entrée) et la pression statique nulle en sortie. On compare ensuite la différence de pression obtenue entre les extrémités du joint.

## 2.2 Modèle de turbulence SST à bas Reynolds

Dans la présente étude nous choisissons d'utiliser le modèle de turbulence SST disponible dans CFX11. Ce modèle combine judicieusement les modèles  $\kappa - \omega$  et  $\kappa - \epsilon$ , en fonction de la finesse du maillage à la paroi par exemple, et bénéficie ainsi des avantages de chacun (ANSYS (2005) et Menter *et al.* (2003)). Ainsi, quand le maillage est suffisamment fin près des parois ( $y^+ < 2$ ), le modèle SST bénéficie du bon comportement du modèle  $\kappa - \omega$ , modèle RANS à bas Reynolds, pour le calcul de l'écoulement dans la couche limite. Si le maillage n'est pas assez fin, des lois de parois sont alors utilisées. La rugosité relative typique dans le joint est  $10^{-3}$ , puisque le jeu typique d'un joint est  $10^{-3}\text{m}$  et la rugosité des parois du joint  $10^{-6}\text{m}$ . Pour cette valeur de la rugosité relative, le diagramme de Moody montre que l'influence sur la perte de charge n'est pas négligeable. Il faudrait donc modéliser la rugosité mais, comme nous l'avons expliqué à la Section précédente, l'implémentation actuelle du modèle de turbulence SST dans CFX11 ne permet pas le traitement de la rugosité de surface.

Nous allons tester le modèle SST et le comparer à la solution semi-empirique donnée par le diagramme de Moody pour l'écoulement dans une conduite annulaire (joint droit sans rotation du rotor). On utilise ce cas car le diagramme de Moody donne une estimation précise des pertes de charge de l'écoulement turbulent établi dans ce type de conduite (White (1999)), estimation qui sert de référence pour évaluer la précision des résultats numériques.

### 2.2.1 Écoulement axial laminaire dans une conduite annulaire

La solution analytique exacte des équations de Navier-Stokes pour un écoulement laminaire établi dans une conduite annulaire, sans rotation des parois, est connu (voir White (1999) ou n'importe quel livre d'introduction à la mécanique des fluides). On



compare la simulation numérique en laminaire à ce résultat analytique, qui donne la différence de pression aux bornes de la conduite en fonction des dimensions géométriques de celle-ci et du débit  $y$  circulant. On s'intéresse à la différence de pression aux bornes de la conduite car les pertes de fuite dans un joint sont le produit du débit de fuite et de cette différence de pression. En imposant un débit correspondant à un nombre de Reynolds axial de 200, on obtient une erreur de 1,2% sur la différence de pression entre le milieu du joint et la sortie du joint, où l'écoulement est établi. L'erreur est un peu plus élevée entre les extrémités du joint, l'écoulement n'étant pas établi au début, mais elle reste inférieure à 3%. La valeur numérique de la contrainte de cisaillement moyenne est aussi très proche de la valeur analytique (erreur de 0,2%). Cette erreur, obtenue sans prise en compte de la turbulence, sert de référence aux erreurs que l'on obtient en modélisant la turbulence.

Pour cette comparaison, on a utilisé le Maillage #1 présenté dans le Tableau 2.2 (page 31). La description de ce maillage, dont les mailles sont réparties selon une distribution parabolique dans la largeur du joint, est faite plus loin, à la Section 2.3.1. Ce maillage, généré pour obtenir de petits  $y+$  en turbulent, est très fin pour un calcul en laminaire et un maillage plus grossier pourrait être utilisé.

### **2.2.2 Écoulement axial turbulent dans une conduite annulaire**

Il existe un résultat semi-analytique permettant de prédire les pertes de charge dans des conduites de section non circulaire pour un écoulement axial turbulent sans mouvement des parois. Cette analyse, basée sur une analogie avec les conduites de section circulaire et utilisant le diagramme de Moody, avec un diamètre hydraulique, est précise à plus ou moins 15% près. Dans le cas d'une conduite annulaire, l'utilisation d'un diamètre effectif, un diamètre hydraulique modifié à partir de la solution analytique en laminaire, permet d'avoir un critère de comparaison encore plus fiable (erreur de

quelques pourcents selon White (1999)). On rappelle que l'abaque de Moody correspond à un écoulement établi, et que donc il faudra s'assurer que notre écoulement est bien établi numériquement pour la comparaison.

On compare la simulation numérique à l'abaque de Moody, en modélisant la même Géométrie #1 que précédemment, avec le Point de fonctionnement #1 associé (le nombre de Reynolds calculé à partir de la vitesse axiale moyenne,  $ReAx$ , vaut 5000), la rotation en moins (voir Tableau 4.1, page 72 au début du Chapitre 4). On utilise le Maillage #1 présenté dans le Tableau 2.2. La valeur moyenne de  $y+$  est de 0,9 avec ce maillage. La Figure 2.1, qui représente la répartition du  $y+$  dans la longueur du joint, montre que le  $y+$  ne dépasse pas 2 dans le joint, la valeur maximale étant 1,9.

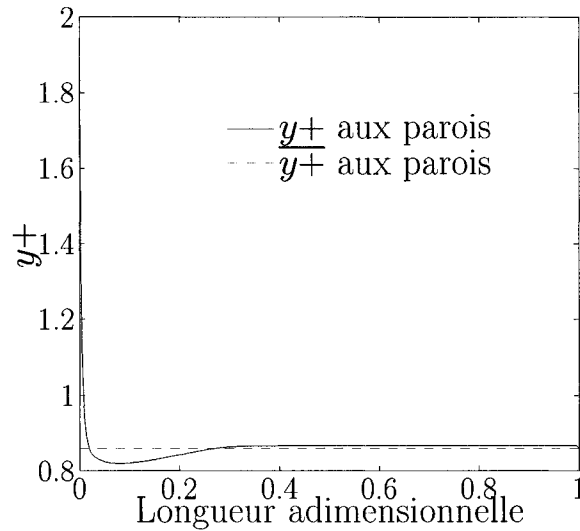


FIGURE 2.1 Évolution du  $y+$  aux parois dans la longueur de la conduite annulaire.

TABLEAU 2.1 Comparaison de la CFD avec le modèle de turbulence SST aux résultats du diagramme de Moody.

	Moody sans rugosité	CFD	Moody avec rugosité	CFD
$\Delta P_{extremities}$ (Pa)	2,42E5	3,7%	2,63E5	-4,7%
$\Delta P_{milieu-sortie}$ (Pa)	1,21E5	1,3%	1,32E5	-7,0%

Dans le Tableau 2.1, on compare les différences de pression numériques et semi-empiriques données par le diagramme de Moody, entre les extrémités du joint

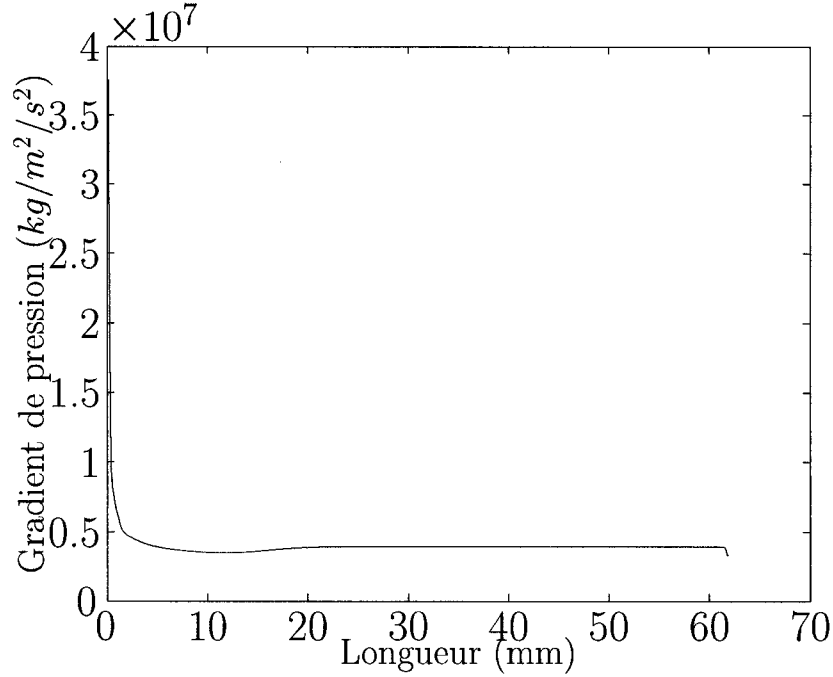


FIGURE 2.2 Évolution du gradient de pression dans la longueur de la conduite annulaire.

( $\Delta P_{\text{extrémités}}$ ) et aussi entre le milieu du joint et la sortie du joint ( $\Delta P_{\text{milieu-sortie}}$ ), pour éviter la zone où l'écoulement n'est pas établi. Comme on l'a justifié précédemment, on utilise le modèle de turbulence à bas Reynolds SST, avec un maillage fin à la paroi.

L'erreur entre la solution numérique avec le modèle SST et la solution semi-empirique du diagramme de Moody sans modélisation de la rugosité est toujours faible, même lorsque l'on considère la perte de charge dans tout le joint : cela montre que l'écoulement s'est établi après avoir parcouru une courte distance par rapport à la longueur totale du joint. En effet, pour un écoulement turbulent dans une conduite, la longueur nécessaire  $L_e$  pour atteindre un état établi, à partir d'une entrée de type rétrécissement (on a imposé un débit en entrée, soit une vitesse axiale d'amplitude constante), peut être approximée avec la formule :

$$\frac{L_e}{d} \simeq 4,4 Re_d^{1/6}$$

où  $d = 2 * \text{jeu}$  représente le diamètre hydraulique de la conduite annulaire, et  $Re_d$  le nombre de Reynolds associé au diamètre hydraulique et à la vitesse axiale moyenne (White (1999)). Dans notre cas,  $d = 0,762\text{mm}$  et  $Re_d = 12218$ , ce qui donne une longueur d'établissement  $L_e \simeq 16\text{mm}$ , alors que la longueur totale de la conduite est  $62\text{mm}$ . Sur la Figure 2.2, on observe que le gradient de pression numérique dans la longueur du joint est constant à partir de  $20\text{mm}$ . On lit dans le tableau que, pour l'écoulement établi dans la deuxième moitié du joint, l'erreur est seulement de  $1,3\%$  pour la perte de charge. Cependant, on peut voir sur la Figure 2.2 que la condition à la limite de pression à la sortie influence le gradient de pression proche de la face de sortie. Ainsi, lorsqu'on considère la perte de charge entre les sections situées à  $y=25\text{mm}$  et  $y=55\text{mm}$ , pour éviter la zone proche de la sortie, l'écart entre la perte de charge numérique et semi-empirique donnée par le diagramme de Moody est encore plus faible et vaut  $-0,7\%$ .

La solution du diagramme de Moody qui tient compte de la rugosité donne une différence de pression supérieure par rapport au cas où on la néglige. Le diagramme de Moody nous permet en effet d'estimer l'influence de la rugosité sur le débit de fuite. En considérant une rugosité relative de  $10^{-3}$ , l'augmentation de la perte de charge est inférieure à  $5\%$  pour le plus grand nombre de Reynolds axial expérimental ( $10000$ ), et inférieure à  $10\%$  pour le plus grand nombre de Reynolds tangentiel expérimental ( $20000$ ). Dans le cas de la conduite annulaire, les erreurs du calcul numérique avec le modèle SST, qui ne modélise pas la rugosité, par rapport au résultat semi-analytique la modélisant, restent raisonnables (autour de  $-7\%$ ).

On a observé que le modèle de turbulence SST permet d'obtenir des résultats numériques aussi proches des résultats analytiques en régime turbulent qu'en régime laminaire, pour le cas d'un écoulement dans une conduite annulaire aux parois lisses. L'ajout de la rotation du rotor augmente significativement la perte de charge et le cisaillement, mais il n'existe pas de solution théorique ou semi-analytique aussi précise et éprouvée que le diagramme de Moody, qui pourrait servir de référence à une

comparaison. La validation du modèle complet, incluant la rotation, est faite dans le Chapitre 4, en utilisant les résultats des tests expérimentaux.

## 2.3 Étude paramétrique des caractéristiques du maillage

### 2.3.1 Maillage parabolique d'un joint droit

Les paramètres du maillage parabolique utilisé sont les suivants :

- distance de la première maille à la paroi pour le contrôle du  $y+$
- nombre de mailles dans la largeur du jeu
- taille d'arête dans la longueur du jeu
- angle d'extrusion et nombre de mailles à extruder dans cette portion d'angle

De plus, la documentation de CFX11 donne quelques recommandations concernant le maillage, qui sont pertinentes pour la présente étude :

- Pour la résolution d'un problème axi-symétrique avec CFX11, l'utilisation d'une seule couche d'élément dans la direction azimuthale est suffisante combinée à l'utilisation de conditions aux limites de symétrie axiale.
- La valeur du  $y+$  doit être inférieure à 2 avec le modèle SST et il doit y avoir au moins quinze éléments dans la couche limite pour une résolution précise de l'écoulement dans cette dernière.
- Des rapports de longueurs d'arêtes (étirement des mailles) supérieurs à 200 gênent la convergence.

À partir de ces commentaires, on choisit une stratégie de maillage, que l'on décrit ci-dessous. Dans la section suivante on testera la validité de ces recommandations, ainsi que l'influence des paramètres du maillage parabolique.

Le problème étant axisymétrique on réalise dans un premier temps un maillage en deux dimensions dans le plan de symétrie du joint. Ce maillage est ensuite extrudé

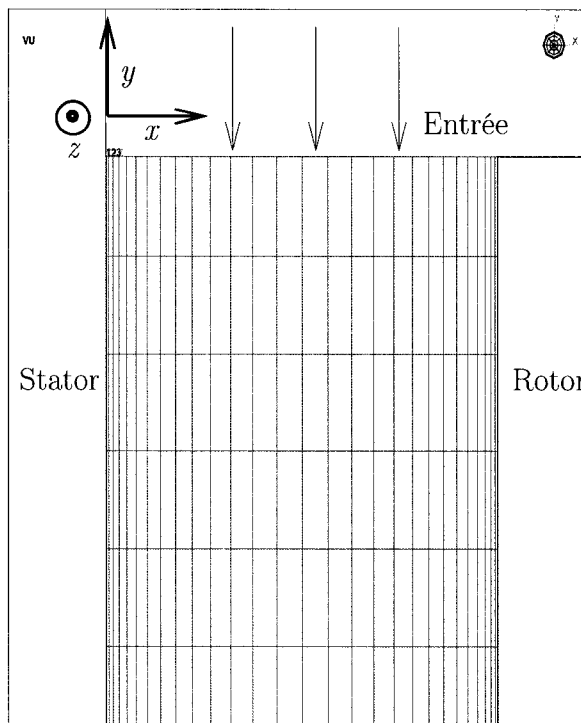


FIGURE 2.3 Vue, dans le plan de symétrie, du maillage parabolique à l'entrée d'un joint droit.

autour de l'axe de symétrie dans la direction tangentielle pour obtenir un maillage en trois dimensions. On maille la zone rectangulaire représentant le joint droit dans le plan de symétrie de manière structurée en transfini. L'extrusion de ce maillage plan de rectangles donne un maillage d'hexaèdres en trois dimensions.

L'utilisation du modèle de turbulence SST nécessite l'utilisation de petites mailles aux parois ( $y^+ < 2$ ) pour un calcul précis dans la couche limite, comme il est expliqué à la Section 2.2. Ces valeurs étant très petites, il serait trop coûteux de réaliser un maillage uniforme dans la largeur du jeu, et on utilise donc une distribution parabolique de manière à pouvoir obtenir des valeurs de  $y^+$  inférieures à 2 avec un nombre raisonnable de points dans la largeur du jeu (autour de 100). Les deux paramètres contrôlant la distribution parabolique sont la distance de la première maille à la paroi et le nombre total de points dans la largeur du jeu. Les mailles dans le sens de l'écoulement peuvent être beaucoup plus grandes et on a tout intérêt à augmenter l'élancement axial des

éléments, qui sont étirés dans le sens de la longueur, pour diminuer le temps de calcul. On utilise des rapports de longueur d'arêtes jusqu'à 200 entre les arêtes dans la direction axiale (dans la longueur du joint) et la plus petite arête dans la largeur du jeu près du mur. La Figure 2.3 représente un maillage typique à l'entrée d'un joint droit dans le plan de symétrie.

L'extrusion dans la direction tangentielle autour de l'axe de symétrie est contrôlée par deux paramètres : l'angle total de la section, ou tranche, que l'on veut modéliser, ainsi que le nombre de mailles que l'on souhaite créer dans cette tranche. Le rapport de la longueur des arêtes dans la direction de l'extrusion et de la longueur minimale des arêtes dans la largeur du jeu (élancement azimuthal) peut aussi être grand, de l'ordre de la centaine.

### 2.3.2 Influence des paramètres du maillage parabolique

Pour le test du maillage parabolique, on utilise la même géométrie de joint droit et le même point de fonctionnement (Géométrie #1 et Point de fonctionnement #1 du Tableau 4.1, page 72 au début du Chapitre 4), utilisés précédemment. On utilise aussi les mêmes conditions aux limites de débit, en imposant le débit en entrée, et la pression statique nulle à la sortie. On prend, pour conditions aux limites de turbulence en entrée, une intensité turbulente de 5% et un rapport des viscosités turbulente et dynamique de 5 ( $\mu_t/\mu = 5$ ). Ces valeurs, correspondant à une turbulence d'intensité moyenne selon ANSYS (2005), ont peu d'influence puisque l'écoulement s'établit rapidement dans le joint, comme on l'a observé à la Section 2.2.2. Le Maillage #1 du Tableau 2.2 constitue le maillage de référence et on génère les autres maillages en changeant seulement un paramètre à la fois. Les paramètres du maillage utilisés dans l'étude paramétrique sont le nombre d'éléments dans le jeu radial ( $n_{jeu}$ ) et dans la direction tangentielle ( $n_{tang}$ ), la taille des mailles dans la direction axiale ( $l_{ax}$ ) et dans la direction tangentielle ( $l_{tang}$ ), et  $h_{min}$ , la distance euclidienne du premier point

à la paroi. Dans le tableau on peut aussi lire la valeur moyenne de  $y+$  sur le rotor, qui est plus grande que la valeur sur le stator, ainsi que la valeur maximale des rapports de forme axiaux et tangentiels. Le rapport de forme axial maximal (max. Ax. RF) est la longueur d'arête dans la direction axiale, divisée par la longueur de la plus petite arête dans la largeur du jeu. Le rapport de forme tangentiel maximal (max. Tang. RF) est la longueur d'arête dans la direction tangentielle, divisée par la longueur de la plus petite arête dans la largeur du jeu. Les différents maillages testés sont décrits dans le Tableau 2.2, où les paramètres modifiés apparaissent en gras, et les résultats sont décrits dans le Tableau 2.3. On rapporte dans ce dernier la différence de pression statique entre les extrémités du joint ( $\Delta P_{stat}$ ) ainsi que les pertes de fuite (produit du débit imposé et de la différence de pression statique mesurée) et les pertes de frottement.

TABLEAU 2.2 Paramètres des différents maillages paraboliques testés.

Maillage	$h_{min}$ (mm)	$\overline{y+}$ sur le rotor	$n_{jeu}$	$l_{ax}$ (mm)	max. Ax. RF	$l_{tang}$ (mm)	max. Tang. RF	$n_{tang}$
1	0,001	$y+ = 1, 2$	100	0,1524	152	0,0762	76	1
2	0,001	$y+ = 1, 2$	<b>50</b>	0,1524	152	0,0762	76	1
3	0,001	$y+ = 1, 1$	<b>200</b>	0,1524	152	0,0762	76	1
4	<b>0,003</b>	$y+ = 3, 4$	100	0,1524	51	0,0762	25	1
5	<b>0,0005</b>	$y+ = 0, 6$	100	0,1524	305	0,0762	152	1
6	<b>0,00025</b>	$y+ = 0, 3$	100	0,1524	610	0,0762	305	1
7	0,001	$y+ = 1, 2$	100	<b>0,02</b>	20	0,0762	76	1
8	0,001	$y+ = 1, 2$	100	0,1524	152	0,0762	76	<b>5</b>
9	0,001	$y+ = 1, 2$	100	0,1524	152	<b>0,1524</b>	152	1

Comme on s'y attendait, l'influence de  $n_{tang}$  (Maillage #8) et l'influence de la taille des mailles dans la direction tangentielle (Maillage #9) sont négligeables. L'influence de la taille des mailles dans la direction axiale (Maillage #7) est aussi négligeable. Ceci confirme les recommandations de la documentation de CFX11, selon lesquelles un seul élément dans la direction tangentielle est nécessaire et de grands rapports de



TABLEAU 2.3 Résultats des calculs avec les différents maillages

Maillage	$\Delta P_{stat}$ (Pa)	Pertes de fuite (kW)	Pertes de frottement (kW)
1	$2,99E5$	2,39	1,87
2	1,0%	1,0%	0,5%
3	-0,3%	-0,3%	-0,2%
4	-2,4%	-2,4%	0,2%
5	1,7%	1,7%	0,7%
6	2,3%	2,3%	0,9%
7	-0,1%	-0,1%	-0,1%
8	0,0%	0,0%	0%
9	0,1%	0,1%	-0,1%

forme axiaux et tangentiels peuvent être utilisés. On observe en effet que les calculs ont très bien convergés, même pour des rapports de forme maximaux supérieurs à 200. C'est en fait la valeur moyenne des rapports de forme qui influence vraiment la convergence. Ainsi, lorsque l'on augmente la taille des mailles axiales et tangentielles à partir du Maillage #1, pour avoir un rapport de forme maximal de 300, le calcul ne converge plus, bien que le calcul converge pour les Maillages #5 et #6, dont les rapports de forme maximaux sont supérieurs (305 et 610), mais dont les rapports de forme moyens sont plus petits, car ces maillages possèdent le même nombre de points dans la largeur du jeu et une taille de maille axiale plus petite (que le Maillage #1 modifié). Dans la suite, on s'assurera que les rapports de forme maximaux ne dépassent pas 200, de manière à n'avoir aucun problème de convergence causé par le maillage. Les pertes de fuite sont plus sensibles aux paramètres  $h_{min}$  (Maillages #4, #5 et #6) et  $n_{jeu}$  (Maillages #2 et #3). De plus, il semble que le résultat sur le gradient de pression converge relativement au maillage, quand on utilise plus de points dans la largeur du jeu ou que l'on rapproche le premier point de la paroi. En effet, les résultats obtenus avec le Maillage #1 sont plus proches de ceux obtenus avec le Maillage #3 que ceux obtenus avec le Maillage #2. De même, les résultats obtenus avec le Maillage #5 sont plus proches de ceux obtenus avec le Maillage #6 que ceux obtenus avec le

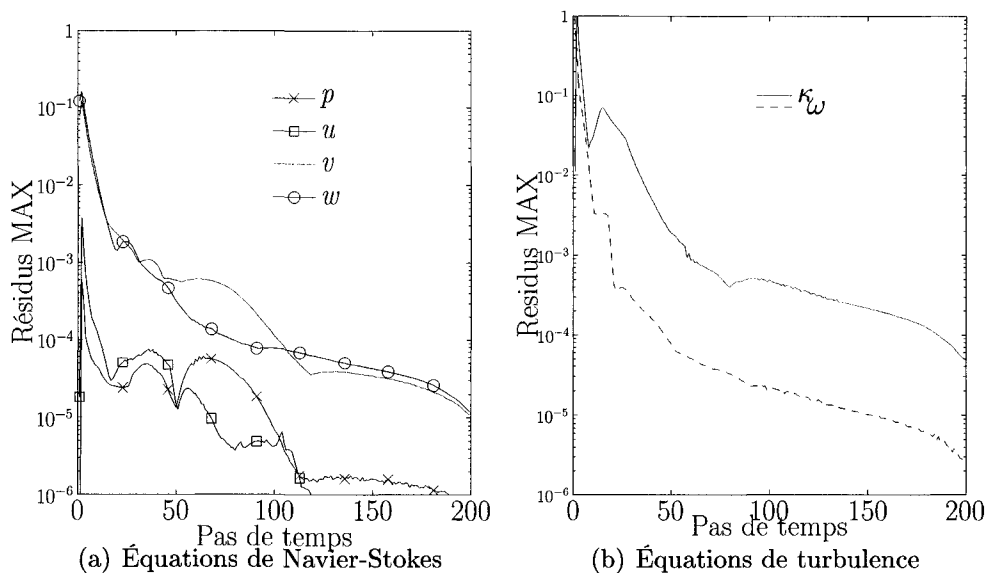


FIGURE 2.4 Convergence des résidus maximums avec le Maillage #1.

Maillage #1.

Remarques :

1. La convergence des calculs est bonne : en 200 itérations les maximums des résidus sont tous inférieurs à  $10^{-5}$ . Il est nécessaire d'atteindre le critère  $10^{-5}$  avec le maximum des résidus pour que toutes les grandeurs dont on surveille l'évolution lors du calcul soient bien convergées (vitesses et pressions moyennes en entrée et en sortie). Le graphe à la Figure 2.4 présente la convergence des maximums des résidus pour le Maillage #1 de référence. Les vitesses  $u$ ,  $v$  et  $w$  correspondent aux directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  indiquées sur la Figure 2.3, représentant le maillage à l'entrée du joint.

2. Dans le Tableau 2.3 des résultats, on rapporte les valeurs moyennes de  $y^+$ . La Figure 2.5 représente l'évolution du  $y^+$  sur le rotor dans la longueur du joint, pour le calcul avec le Maillage #1. En abscisse on utilise une longueur adimensionnelle, 0 correspondant à l'entrée du joint et 1 à la sortie du joint. Cette figure montre que les valeurs du  $y^+$  sont proches de la valeur moyenne sur toute la longueur du joint, sauf

sur une petite distance à l'entrée ( $y+$  est inférieur à 2 après seulement deux mailles dans la longueur du Maillage #1). De plus, on rappelle que les valeurs de  $y+$  sur le stator sont inférieures à celles sur le rotor. Ainsi, une valeur moyenne de  $y+$  inférieure à 2 sur le rotor nous assure bien des valeurs inférieurs à 2 dans la presque totalité du joint.

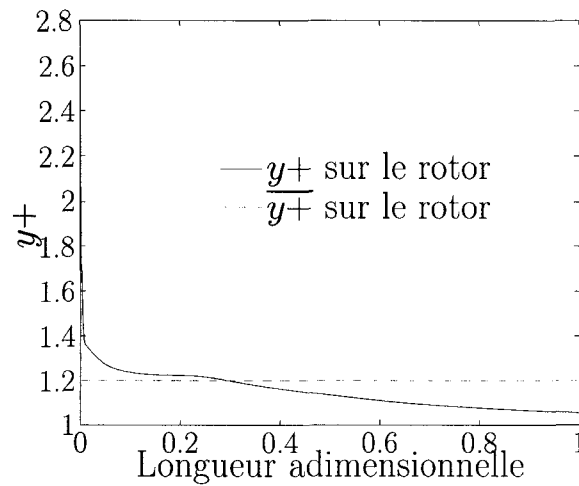


FIGURE 2.5 Évolution du  $y+$  sur le rotor dans la longueur du joint.

3. Lorsque l'on compare l'influence des paramètres les plus sensibles du maillage ( $h_{min}$  et  $n_{jeu}$ ), on observe que diviser par deux la distance de la première maille à la paroi (Maillage #5) a plus d'influence, sur la valeur du gradient de pression, que doubler ou diviser par deux le nombre de mailles dans la largeur du joint (Maillage #2 ou #3). Dans la section suivante, on mettra en place un autre type de maillage pour étudier l'influence du maillage proche de la paroi et l'influence du  $y+$ .

### 2.3.3 Maillage uniforme par palier

On a vu dans la section précédente que la valeur du  $y+$ , et donc le maillage proche de la paroi, est le paramètre le plus influent sur la perte de fuite. On utilise donc dans cette section un nouveau type de maillage, qui permet de mieux contrôler le maillage à la paroi. On abandonne la distribution parabolique et on définit trois zones de

maillage uniforme : une près de chacune des deux parois et une au centre du joint. Le maillage dans la largeur du jeu est contrôlé avec trois paramètres : la taille d'arêtes des petites mailles près des parois, le nombre de ces petites mailles près de la paroi ainsi que le nombre total de mailles dans la largeur du jeu. Les autres paramètres du maillage sont identiques. La Figure 2.6 donne un exemple grossier de ce maillage dans le plan de symétrie axiale.

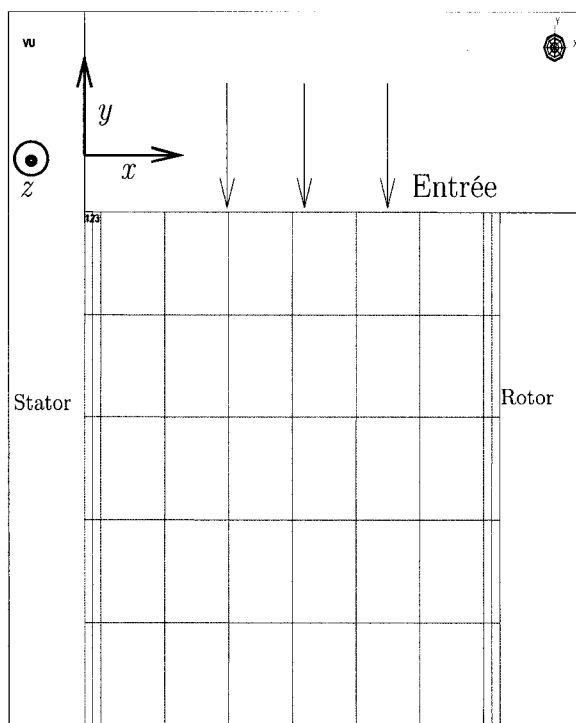


FIGURE 2.6 Vue dans le plan de symétrie d'un exemple grossier du maillage en trois zones uniformes d'un joint droit.

En reprenant les notations décrivant les paramètres du maillage parabolique (mentionnées à la section précédente), on décrit dans le Tableau 2.4 les maillages uniformes testés. On varie le nombre total de points dans la largeur du jeu ( $n_{jeu}$ ) et le nombre de petites mailles près de la paroi (noté  $m$ ). Le Tableau 2.5 présente les résultats obtenus, relativement aux résultats obtenus avec le Maillage parabolique #1, décrit dans le Tableau 2.2. On observe que le résultat pour la perte de fuite se rapproche du résultat obtenu avec le Maillage parabolique #1 lorsque l'on utilise seulement une

petite maille à la paroi et que l'on augmente le nombre de points dans la largeur du jeu (Maillages #10, #11 et #12). De même le résultat se rapproche du résultat obtenu avec le Maillage parabolique #1 lorsque l'on augmente le nombre de petites mailles à la paroi du rotor (Maillages #10 et #13).

TABLEAU 2.4 Paramètres des différents maillages uniformes testés.

Maillage	$h_{min}$ (mm)	$\bar{y}+$ sur le rotor	$m$	$n_{jeu}$	max. Ax. RF	max. Tang. RF	$n_{tang}$
10	0,001	$y+ = 1, 1$	<b>1</b>	<b>100</b>	200	150	1
11	0,001	$y+ = 1, 2$	1	<b>200</b>	200	150	1
12	0,001	$y+ = 1, 1$	1	<b>381</b>	200	150	1
13	0,001	$y+ = 1, 1$	<b>15</b>	100	200	150	1

TABLEAU 2.5 Résultats des calculs avec les différents maillages uniformes, comparés au résultat du calcul avec le Maillage parabolique #1.

Maillage	$\Delta P_{stat}$ (Pa)	Pertes de fuite (kW)	Pertes de frot- tement (kW)
1	2,99E5	2,39	1,87
10	-4,4%	-4,4%	-2,7%
11	-1,5%	-1,5%	4,2%
12	-0,4%	-0,4%	-0,3%
13	-1,1%	-1,1%	0,7%

Ainsi, l'essai d'un maillage uniforme nous a montré que le Maillage parabolique #1 donne des résultats proches de ceux obtenus en utilisant un maillage uniforme avec 4 fois plus de mailles (Maillage #12). De plus, la méthode de maillage uniforme proposée crée une discontinuité qui gêne la convergence du calcul numérique (convergence plus lente, voir même divergence pour certains maillages). On peut donc conclure que le maillage parabolique, qui limite les rapports de longueur d'arête et de volume, et assure ainsi une bonne convergence du calcul numérique, et qui donne des résultats aussi précis que le maillage uniforme, est meilleur. Dans la suite, on utilise donc la

fonction de concentration parabolique pour générer des maillages avec des nombres de mailles dans la largeur du jeu de l'ordre de la centaine, et qui donnent des valeurs moyennes de  $y+$  inférieures à 2.

## 2.4 Conclusions

À la lumière des différents tests numériques réalisés, le modèle CFD incompressible, isotherme, stationnaire, turbulent et axisymétrique, qui utilise le code commercial de volumes finis Ansys CFX11, est complété par le choix du modèle de turbulence SST et l'utilisation d'un maillage parabolique dans la largeur du joint, qui permet d'obtenir de petites valeurs de  $y+$  ( $<2$ ) et de bénéficier ainsi des avantages du modèle de turbulence à bas Reynolds  $\kappa - \omega$ . Le choix des conditions aux limites, qui sont influencées par la géométrie de la veine d'essai utilisée dans l'étude expérimentale, sera discuté dans le prochain chapitre, en utilisant les résultats expérimentaux pour comparaison.

## CHAPITRE 3

### MODÉLISATION DES PERTES EN ENTRÉE ET EN SORTIE DU JOINT ET IMPOSITION DES CONDITIONS AUX LIMITES

L'objectif suivant de notre étude est la validation du modèle CFD par rapport aux résultats expérimentaux. Pour une comparaison valide, il faut imposer des conditions aux limites (CL) les plus proches possibles de la réalité de la veine d'essai utilisée dans la campagne d'essai. Ainsi, dans une première section, on présente tout d'abord la campagne d'essais réalisée sur les joints droits (Vu (1976)). On présente ensuite différents moyens d'estimer les pertes de charge qui se produisent dans les réservoirs en amont et en aval du joint, puisque ces valeurs de pertes sont nécessaires à la comparaison aux résultats expérimentaux. Finalement on détaille la façon dont on impose les conditions aux limites.

#### 3.1 Présentation de la campagne d'essais sur les joints droits

La campagne d'essais sur les joints droits (voir Vu (1976)) a été faite avec différents paramètres géométriques et différentes conditions de fonctionnement, comme le jeu radial, compris entre 0,1524mm et 0,762mm (0,006po à 0,03po), la longueur du joint, comprise entre 50,8mm et 76,2mm (2po à 3po), la chute de pression et la vitesse de rotation du disque (comprise entre 0 et 800 RPM). Le rayon du disque est d'environ 250mm. Lorsque l'on considère tous les essais effectués, le nombre de Reynolds axial est compris entre 500 et 8000 alors que le nombre de Reynolds tangentiel est compris entre 1000 et 34000. La Figure 3.1, extraite du rapport interne DEW Vu (1976) (l'arrière plan découpant le domaine en 4 régions provient de Kaye et Elgar (1958)), montre la répartition de tous les points d'opération testés durant la campagne d'essai.

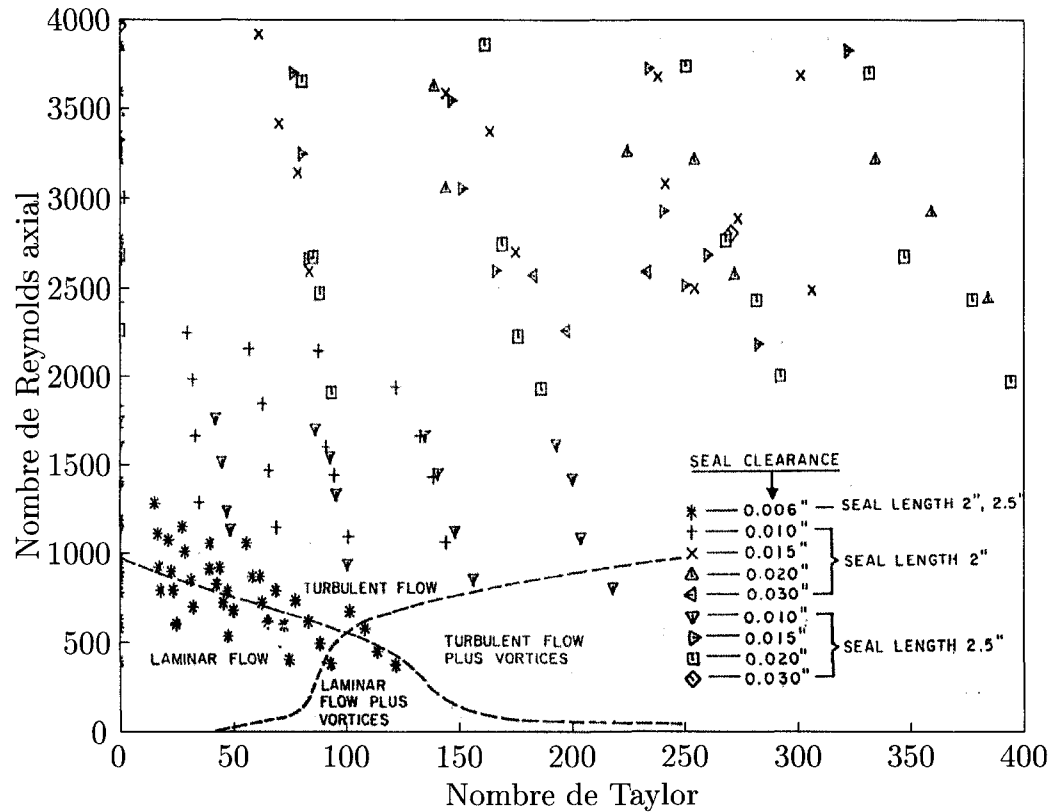


FIGURE 3.1 Répartition des cas tests de joints droits dans le plan divisé en 4 régions, relativement aux vortex de Taylor et à la turbulence (graphe extrait de Vu (1976)).

Le nombre de Taylor ( $Ta$ ), en abscisse du graphe, est défini par rapport au nombre de Reynolds tangentiel ( $ReT$ ) selon :  $Ta = ReT \sqrt{\text{jeu}/\text{rayon}}$ . La figure indique clairement que les vortex de Taylor n'apparaissent pas pour la plupart des cas tests.

La Figure 3.2 montre le schéma de la veine d'essai utilisée pour la campagne d'essais sur les joints droits. Les valeurs expérimentales des pressions sont mesurées aux parois des réservoirs en amont et en aval du joint. La pression mesurée correspond donc à la pression totale dans les réservoirs. C'est cette valeur qui va servir de comparaison pour valider les résultats numériques. La CFD doit donc être capable d'estimer la pression totale dans les réservoirs de manière précise, pour que la comparaison ait un sens.



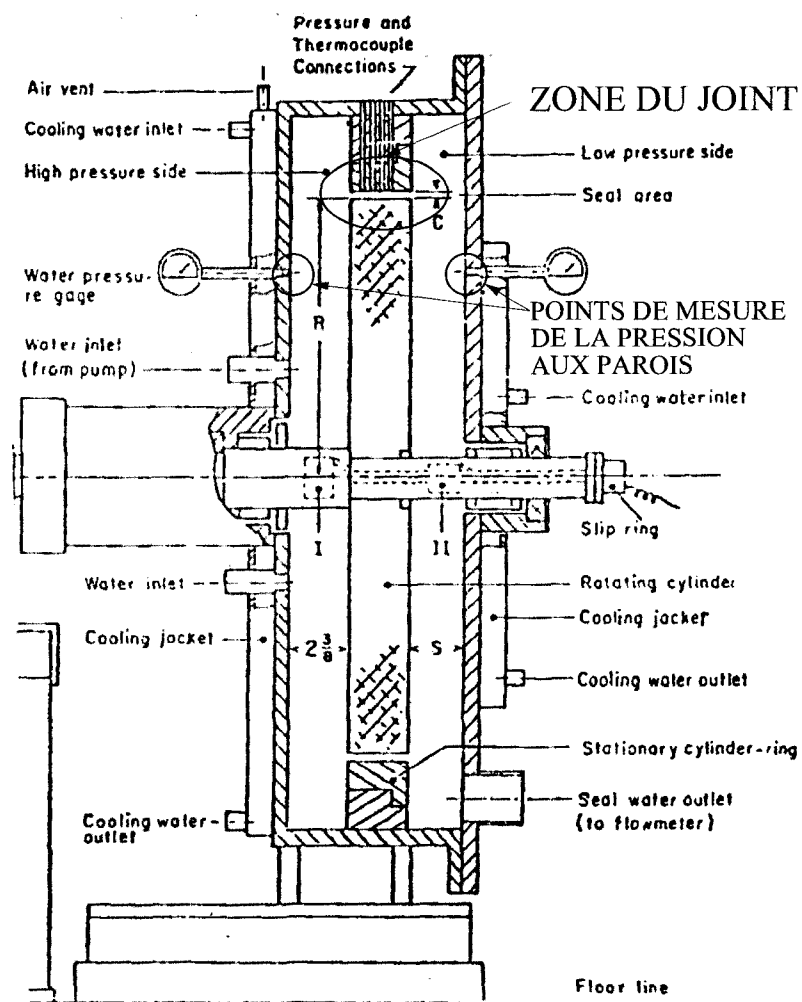


FIGURE 3.2 Veine d'essai utilisée lors de la campagne d'essais sur les joints droits (figure extraite de Vu (1976)).

### 3.2 Pertes de charge en entrée et en sortie du joint

La modélisation stricte du joint droit (sans les réservoirs), comme nous l'avons fait jusqu'ici, était suffisante pour les besoins de validation de la méthode numérique. Mais elle n'est pas suffisante pour la comparaison du résultat numérique au résultat expérimental, car elle ne permet pas de déterminer les valeurs des pressions totales dans les réservoirs. Une solution serait de modéliser les réservoirs en amont et en aval du joint comme dans Schramm *et al.* (2004). Mais le rapport entre le rayon du disque et la valeur du jeu est de l'ordre de 1000, et la largeur des réservoirs est de l'ordre de la longueur du jeu. La modélisation des réservoirs serait donc très coûteuse. On peut en effet estimer que, même avec un maillage plus grossier dans le réservoir, modéliser les réservoirs décuplerait ou centuplerait le nombre de mailles du maillage (par rapport à la simple modélisation du joint).

Cette augmentation très importante du coût de calcul n'est pas envisageable pour une application dans un processus d'optimisation, dans un contexte industriel. On propose deux méthodes moins coûteuses permettant d'estimer les valeurs de la pression dans les réservoirs :

1. On ne modélise que le joint et on estime analytiquement les pertes de charge en amont et en aval du joint, ce qui permet de déduire la valeur de la pression dans les réservoirs, à partir de la valeur de la pression aux extrémités du joint.
2. On utilise une modélisation simplifiée des réservoirs. On obtient ainsi directement les valeurs des pressions dans les réservoirs, tout en limitant l'augmentation du coût de calcul.

Dans les sections suivantes, on détaille ces deux méthodes et on compare les valeurs des pertes de charge fournies par chacune des deux méthodes. La pression n'ayant été mesurée que dans les réservoirs, on ne dispose pas de résultats expérimentaux pour les pertes de charge en entrée et en sortie du joint, auxquels on pourrait comparer les estimations fournies par ces deux méthodes. Un calcul modélisant le réservoir dans

sa totalité, et la comparaison du gradient de pression entre les réservoirs aux mesures expérimentales (au chapitre suivant), serviront de référence pour estimer la précision de ces estimations.

### 3.2.1 Estimation analytique

Comme il est mentionné dans White (1999), on caractérise généralement les pertes de charge pour un écoulement axial, au niveau d'un rétrécissement ou d'un élargissement avec marches, par  $k \frac{1}{2} \rho U^2$ , où  $U$  est la vitesse axiale moyenne et,

$k=0,5$  pour un rétrécissement.

$k=1$  pour un élargissement.

Pour un rétrécissement, la plupart des pertes de charge se font en aval du rétrécissement dans les zones de reflux au niveau de la *vena contracta*. Pour un élargissement, les pertes de charge ont lieu après l'élargissement et correspondent à toute l'énergie cinétique du fluide avant sa sortie.

Rhode et Hibbs (1992) utilisent ces estimations pour éviter de modéliser les réservoirs dans leur simulation, qui néglige la rotation. En utilisant des résultats expérimentaux comme référence de comparaison, ils concluent que les coefficients 0,5 en entrée et 1 en sortie sont bien les plus adaptés. Mais nous modélisons la rotation et, l'écoulement possédant une vitesse tangentielle, ces pertes sont moins adaptées. La manière la plus simple de prendre en compte la rotation est de remplacer la vitesse axiale par la vitesse totale du fluide dans la formule ci-dessus.

Au final, on va comparer deux manières différentes d'estimer ces pertes : la formulation usuelle, utilisant la vitesse axiale, à la formulation utilisant la vitesse totale. On décrit, ci-dessous, ces deux méthodes en explicitant les relations reliant les valeurs des pressions dans les réservoirs à celles aux extrémités du joint. On comparera ces deux différentes estimations en utilisant, pour référence, les simulations numériques

modélisant les réservoirs en entrée et en sortie et aussi les résultats expérimentaux, dans le chapitre suivant.

Remarque : Les corrections données ici sont basées sur une approche unidimensionnelle, c'est-à-dire que l'on approxime l'énergie cinétique moyenne avec la valeur de l'énergie cinétique associée à la valeur moyenne de la vitesse axiale  $U$ . La correction à apporter pour prendre en compte l'effet de ce moyennage est faible pour le cas d'un écoulement turbulent et on néglige cet effet (voir White (1999)).

### 3.2.1.1 Correction basée sur la vitesse axiale en sortie

Cette analyse est exactement la même que celle faite dans Rhode et Hibbs (1992). On considère les valeurs standards des pertes de charge basées sur la vitesse axiale pour un changement de section avec marches en entrée et en sortie du joint. Les relations entre les pressions dans les réservoirs et celles aux extrémités du joint sont données ci-dessous, en notant  $U$  la vitesse axiale moyenne.

**Entrée :**

$$P_{tot_{reservoir\ entree}} = P_{tot_{entree\ joint}} + 0,5 \frac{1}{2} \rho U^2 = P_{stat_{entree\ joint}} + 1,5 \frac{1}{2} \rho U^2$$

**Sortie :**

$$P_{tot_{reservoir\ sortie}} = P_{tot_{sortie\ joint}} - \frac{1}{2} \rho U^2 \neq P_{stat_{sortie\ joint}}$$

(inégalité car la vitesse a une composante tangentielle en sortie)

On peut maintenant relier la différence de pression entre les réservoirs à celle entre les extrémités du joint selon :

$$\Delta P_{tot_{reservoirs}} = \Delta P_{tot_{extremities\ joint}} + 1,5 \frac{1}{2} \rho U^2$$

### 3.2.1.2 Correction basée sur la vitesse totale en sortie

En remplaçant la vitesse axiale par la vitesse totale dans l'expression des pertes de charge en sortie, on obtient une nouvelle relation entre la pression dans le réservoir de sortie et la pression à l'extrémité du joint à la sortie. On donne cette relation ci-dessous, en notant  $V$  la vitesse moyenne totale à la sortie du joint.

$$P_{tot_{reservoir\ sortie}} = P_{tot_{sortie\ joint}} - \frac{1}{2}\rho V^2 = P_{stat_{sortie\ joint}}$$

On peut ainsi relier la différence de pression entre les réservoirs à celle entre les extrémités du joint, avec  $U$  la vitesse axiale moyenne et  $V$  la vitesse moyenne à la sortie du joint, selon :

$$\Delta P_{tot_{reservoirs}} = \Delta P_{tot_{extremities\ joint}} + 0,5\frac{1}{2}\rho U^2 + \frac{1}{2}\rho V^2$$

ou encore

$$\Delta P_{tot_{reservoirs}} = \Delta P_{stat_{extremities\ joint}} + 1,5\frac{1}{2}\rho U^2$$

Remarques :

1. On ne considère que la vitesse axiale à l'entrée du joint car il n'y a pas de vitesse tangentielle à l'entrée du joint lorsque l'on ne modélise pas le réservoir en amont. De plus, dans l'écoulement réel, la vitesse tangentielle, bien que non nulle, y est beaucoup plus faible qu'en sortie.
2. L'analyse théorique, qui donne la perte de charge au niveau d'un élargissement pour un écoulement axial, utilise la projection du bilan de quantité de mouvement, pour le volume de contrôle à la sortie du joint, dans la direction perpendiculaire à la section de sortie du joint. En rajoutant une composante tangentielle à la vitesse et en considérant que la vitesse tangentielle à l'extrémité du réservoir est nulle, on

obtient bien la nouvelle perte de charge utilisée en sortie. L'analyse est détaillée dans l'Annexe I. Cependant l'hypothèse de la vitesse tangentielle nulle à l'extrémité du réservoir de sortie est contestable puisque le fluide est toujours en rotation à la sortie du joint (derrière la roue dans une turbine).

### 3.2.2 Modélisation simplifiée des réservoirs

En plus de permettre l'estimation des valeurs des pressions dans les réservoirs, une modélisation simplifiée des réservoirs permet de prendre en compte la pré-rotation du fluide, ce qui est plus proche des conditions réelles de fonctionnement. Cela permet aussi de vérifier s'il y a cavitation dans l'écoulement, au niveau de la *vena contracta* à l'entrée du joint.

#### 3.2.2.1 Géométrie et maillage des réservoirs

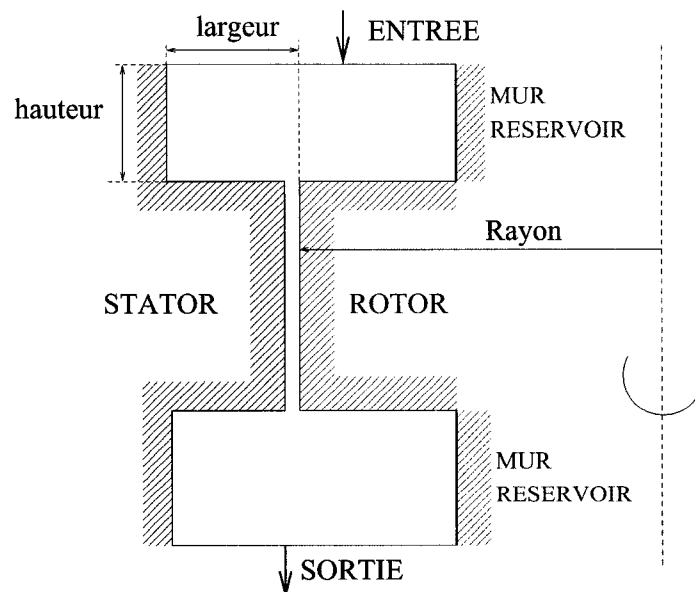


FIGURE 3.3 Modélisation simplifiée des réservoirs en entrée et en sortie du montage expérimental.

La Figure 3.3 montre la géométrie simplifiée choisie pour modéliser les réservoirs du montage expérimental. Le rotor est en rotation et les « murs réservoirs » sont simplement des parois sans glissement, tout comme l'ensemble du stator. Les dimensions du réservoir d'entrée et de sortie peuvent être choisies indépendamment. Cette géométrie correspond à la modélisation d'une petite partie des réservoirs réels, auxquels on a rajouté la paroi nommée « mur réservoir ».

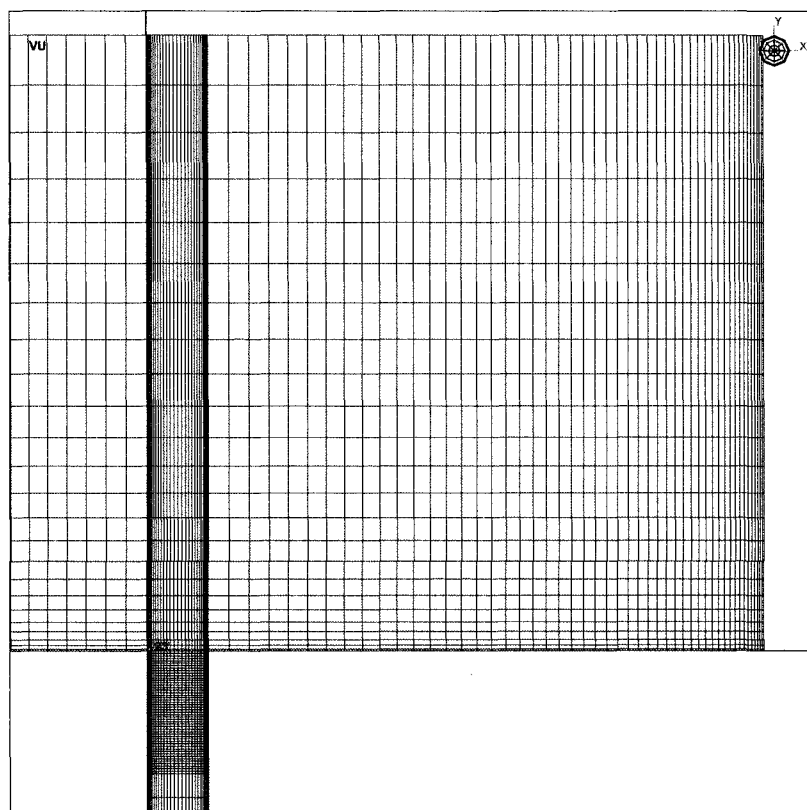


FIGURE 3.4 Vue dans le plan de symétrie du maillage parabolique grossier d'un réservoir à l'entrée du joint droit.

On a deux possibilités pour mailler les réservoirs : soit on utilise une fonction de concentration parabolique pour avoir des valeurs de  $y^+$  inférieures à 2 sur les parois des réservoirs, et ainsi bénéficier des bonnes performances du modèle  $\kappa - \omega$ , soit mailler de façon uniforme avec moins de point mais avec des valeurs de  $y^+$  plus grandes. La vitesse étant faible dans le réservoir, les pertes visqueuses aux parois pourraient être négligeables et le maillage uniforme suffisant. On compare l'influence

du type de maillage utilisé sur le résultat dans la section suivante.

Le maillage parabolique dans les réservoirs est contrôlé par quatre paramètres : les tailles maximale et minimale des mailles dans la largeur et dans la hauteur du réservoir, et les plus petites mailles se trouvant à la paroi. Le maillage uniforme dans les réservoirs est défini seulement par la taille des mailles dans la largeur et dans la hauteur du réservoir. La Figure 3.4 représente le maillage parabolique d'un réservoir en amont du joint dans le plan de symétrie. On voit sur cette figure que le maillage fin du joint droit se propage au milieu du réservoir et qu'il y a un saut de taille à ce niveau, dans la largeur du réservoir. Cependant, les rapports de taille de maille à ce niveau ne dépassent pas 40 dans les maillages utilisés par la suite, et ce saut de taille ne gêne pas la convergence du calcul numérique.

### **3.2.2.2 Étude des paramètres de la géométrie et du maillage du réservoir**

On réutilise la même géométrie de joint et le même point de fonctionnement que dans le chapitre précédent (Géométrie #1 et Point de fonctionnement #1 du Tableau 4.1, page 72 au début du Chapitre 4). Le maillage parabolique dans le joint correspond au Maillage #1 du Tableau 2.2. On étudie la géométrie et le maillage des réservoirs en entrée et en sortie séparément, car ils ont peu d'influence l'un sur l'autre, l'écoulement s'établissant rapidement dans le joint.

Les conditions aux limites de turbulence sont les mêmes que celles utilisées précédemment.

#### **3.2.2.2.1 Modélisation du réservoir en entrée**

Les différentes géométries de réservoirs et les maillages utilisés, ainsi que les résultats, sont donnés dans le Tableau 3.1. On utilise 2 géométries différentes :

- Géométrie réservoir #1 : la largeur et la hauteur du réservoir valent 10 fois le jeu



TABLEAU 3.1 Simulations avec les différentes géométries et maillages testés pour le réservoir d'entrée.

Simulation	Géométrie réservoir	Type du maillage	Débit ( $m^3/s$ )	PdC en entrée (kPa)
1	1	parabolique entrée du joint raffinée	$6,64E-3$	20,8
2	2	parabolique entrée du joint raffinée	-0,2%	2,8%
3	1	parabolique	0,6%	-9,9%
4	1	uniforme	-0,7%	37%

(3,81mm).

- Géométrie réservoir #2 : la largeur vaut 10 fois le jeu (3,81mm) et la hauteur 20 fois le jeu (7,62mm).

Pour le maillage uniforme, la taille des mailles dans la largeur du réservoir est le jeu divisé par 10 ( $l_L = 0,0381\text{mm}$ ) et la taille des mailles dans la hauteur du réservoir est la même que la taille des mailles dans la longueur du joint ( $l_H = 0,1524\text{mm}$ ). Pour le maillage parabolique, ces tailles correspondent aux tailles maximales et on prend des valeurs plus petites sur les parois de façon à garantir un  $y+$  inférieur à 2 partout :  $l_{min_L} = 0,01\text{mm}$  est la distance du premier point à la paroi du mur réservoir et  $l_{min_H} = 0,001\text{mm}$  est la distance du premier point à la paroi du rotor. La maille à la paroi du rotor est plus petite que celle au niveau du mur réservoir car la rotation du rotor donne des  $y+$  plus grands.

De plus, on remarque que la zone de recirculation au niveau de la *vena contracta* n'est recouverte que par deux ou trois mailles. Les pertes étant importantes à ce niveau on maille plus finement l'entrée du joint dans la Simulation #1 : sur une distance de deux fois le jeu, les mailles dans la longueur du joint sont dix fois plus petites que dans le reste du joint.

Lorsque l'on modélise seulement le réservoir en entrée, on impose la pression statique à l'entrée du réservoir (avec la direction de l'écoulement perpendiculaire à la face d'entrée) et une pression moyenne statique nulle à la sortie du joint. On rapporte dans le Tableau 3.1 le débit dans le joint et la perte de charge (PdC) en entrée du joint. On calcule cette dernière en considérant la différence de pression totale entre l'entrée du réservoir et la section située à deux fois le jeu de l'entrée du joint, après la *vena contracta*. La géométrie du joint n'a, comme prévu, que peu d'influence sur le résultat, puisque doubler la hauteur du réservoir (Simulations #1 et #2) change moins le résultat que changer le maillage sur la même géométrie. On observe que le maillage du réservoir a peu d'influence sur les valeurs du débit, mais plus sur la valeur de la perte de charge en entrée du joint. Les pertes de charge en entrée sont donc faibles par rapport aux pertes de charge dans le joint, pour ce cas test. Au final, une hauteur et une largeur de réservoir valant dix fois le jeu, et le maillage parabolique raffiné à l'entrée du joint seront utilisés pour la modélisation du joint en entrée.

### 3.2.2.2.2 Modélisation du réservoir en sortie

TABLEAU 3.2 Simulations avec les différentes géométries testées pour le réservoir de sortie.

Simulation	Hauteur du réservoir	Type de CL en sortie	$\Delta P_{stat}$ (Pa)	PdC en sortie (Pa)
1	100*jeu	<i>Opening</i>	2,90E5	1,16E5
2	100*jeu	<i>Outlet</i> , reflux sur 30% de la surface	-0,1%	-1,1%
3	40*jeu	<i>Opening</i>	2,0%	-0,7%
4	20*jeu	<i>Opening</i>	2,0%	6,7%

Pour le réservoir de sortie, on utilise le maillage parabolique avec les mêmes paramètres que pour l'étude du réservoir d'entrée. La largeur du réservoir vaut toujours 10 fois le jeu mais on augmente la hauteur car on obtient un reflux sur la face de sortie. Les différentes géométries de réservoirs utilisées, ainsi que les résultats, sont

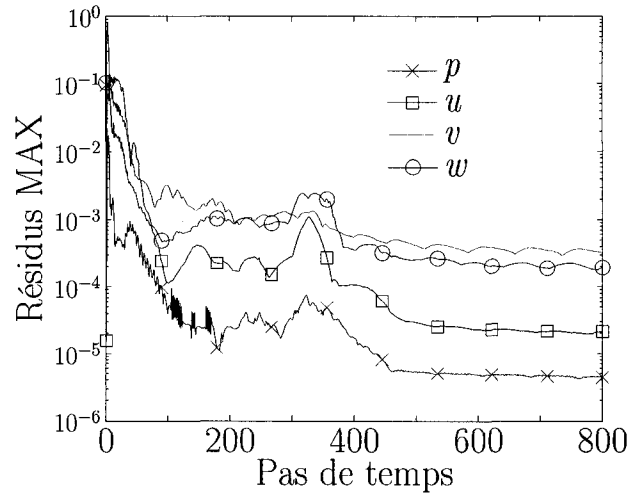


FIGURE 3.5 Convergence des résidus maximums pour la Simulation #1 avec le réservoir en sortie.

donnés dans le Tableau 3.2. Le reflux persiste pour les hauteurs de réservoir de vingt, quarante et cent fois le jeu, et on est obligé d'utiliser l'option *Opening*<sup>1</sup> pour la face de sortie, pour faire converger le calcul. Mais, même avec l'option *Opening*, on observe que les résidus oscillent autour des valeurs de résidus max de  $10^{-4}$  à l'état convergé, et la convergence est toujours lente pour toutes les simulations. Avec une hauteur de réservoir de 200 fois le jeu, le reflux en sortie finit par disparaître mais la convergence est très lente, le maximum des résidus étant supérieur à  $3 \cdot 10^{-4}$  après 800 itérations. Ces problèmes de convergence laissent penser que l'on est confronté à un problème d'instationnarité en sortie : on observe en effet une faible oscillation du maximum des résidus, à l'état convergé, sur la Figure 3.5, représentant le graphe de convergence de la Simulation 1.

Lorsque l'on modélise seulement le réservoir en sortie, on impose le débit massique à l'entrée du joint, avec la direction de l'écoulement perpendiculaire à la face d'entrée, et une pression statique moyenne nulle à la sortie du réservoir, avec l'option « zéro

<sup>1</sup>définit une condition aux limites de face perméable, qui permet à l'écoulement d'être à la fois rentrant et sortant au niveau de cette face.

gradient » lorsque l'on utilise la condition aux limites de type *Opening* (lorsque le fluide rentre dans le domaine de calcul, la composante perpendiculaire à la face de sortie du gradient de la norme de la vitesse est nulle). Dans le Tableau 3.2, on rapporte la différence de pression statique entre l'entrée du joint et la sortie du réservoir de sortie ( $\Delta P_{stat}$ ) et la perte de charge (PdC) en sortie du joint. La perte de charge en sortie du joint correspond à la différence de pression totale entre la sortie du joint et la sortie du réservoir. On remarque que malgré les difficultés de convergence, les résultats sont proches. Pour la suite on choisit la géométrie avec une hauteur de 40 fois le jeu, en utilisant l'option *Opening* en sortie, car c'est celle qui contient le moins de noeuds et pour laquelle les résidus maximum atteignent  $10^{-4}$  sans osciller.

### 3.2.3 Modélisation du montage expérimental dans sa totalité

On veut modéliser le plus fidèlement possible le montage expérimental pour estimer les pertes de charge à l'entrée et à la sortie de manière plus précise. Les valeurs des pertes de charge obtenues avec cette modélisation complète des réservoirs seront une référence pour la comparaison des autres estimations, obtenues en modélisant de façon simplifiée les réservoirs et avec les formules analytiques.

La modélisation des réservoirs au complet est faite à l'aide du schéma de la Figure 3.2, représentant la veine d'essai. On ne possède pas de côtes précises sur cette figure, et on choisit les dimensions des réservoirs en supposant que le dessin est à l'échelle. Le schéma à la Figure 3.6 représente les réservoirs complets modélisés, avec les dimensions choisies. On voit en particulier à quel endroit dans le réservoir on mesure la valeur de la pression lors du post-traitement. On observe d'ailleurs que cette pression est sensiblement la même partout sur la paroi statique du réservoir.

Sur la Figure 3.6, on représente aussi un détail du maillage à la sortie du joint droit. Le joint est maillé de la même façon que précédemment, à ceci près que la taille axiale

(dans la longueur du joint) d'arête des 50 premières mailles à l'entrée du joint est 10 fois plus petite que dans le reste du joint, pour capter plus précisément ce qui se passe au niveau de la *vena contracta*. Le maillage fin du joint se prolonge dans le réservoir. On utilise donc une distribution parabolique dans la hauteur du réservoir pour passer des petites tailles de mailles dans ce prolongement, aux plus grosses tailles de mailles dans le reste du réservoir. On utilise aussi une distribution parabolique à la surface du rotor, pour obtenir des valeurs de  $y+$  inférieures à 2 à sa surface, dans le réservoir. Ces petites valeurs de  $y+$  sont nécessaires pour prédire de façon précise l'entraînement du fluide dans le réservoir. La taille maximale des mailles dans le réservoir vaut 2 fois la taille des mailles dans la longueur du joint, et la distance entre la paroi du rotor et la première maille, dans le réservoir, est deux fois celle utilisée dans le joint. Au final, le maillage utilisé est composé de plus d'un million et demi de noeuds (1678758) et de 835736 tétraèdres (contre 282428 noeuds avec la simulation simplifiée des réservoirs et 82012 noeuds sans aucune modélisation des réservoirs). Pour les conditions aux limites, on impose le débit en entrée et une valeur arbitraire de  $1 \cdot 10^5$  Pa pour la pression statique moyenne en sortie.

### 3.2.3.1 Convergence du calcul numérique

Pour le calcul numérique, on utilise dans un premier temps le même pas de temps utilisé dans le cas où on ne modélisait pas les réservoirs ( $2 \cdot 10^{-5}s$ ), car le calcul diverge avec un pas de temps plus grand. Les graphes à la Figure 3.7 présentent la convergence des maxima des résidus, pour le calcul avec la Géométrie #1 et le Point de fonctionnement #1 du Tableau 4.1 (page 72) avec ce pas de temps, pour les 5000 premières itérations. La convergence obtenue est lente mais régulière : les résidus maximums atteignent  $3 \cdot 10^{-4}$  en 500 itérations, puis, à partir de la cinquième itération, la décroissance est très faible. Après 500 itérations, on observe que les valeurs maximales des résidus, correspondant aux équations de conservation de la quantité de

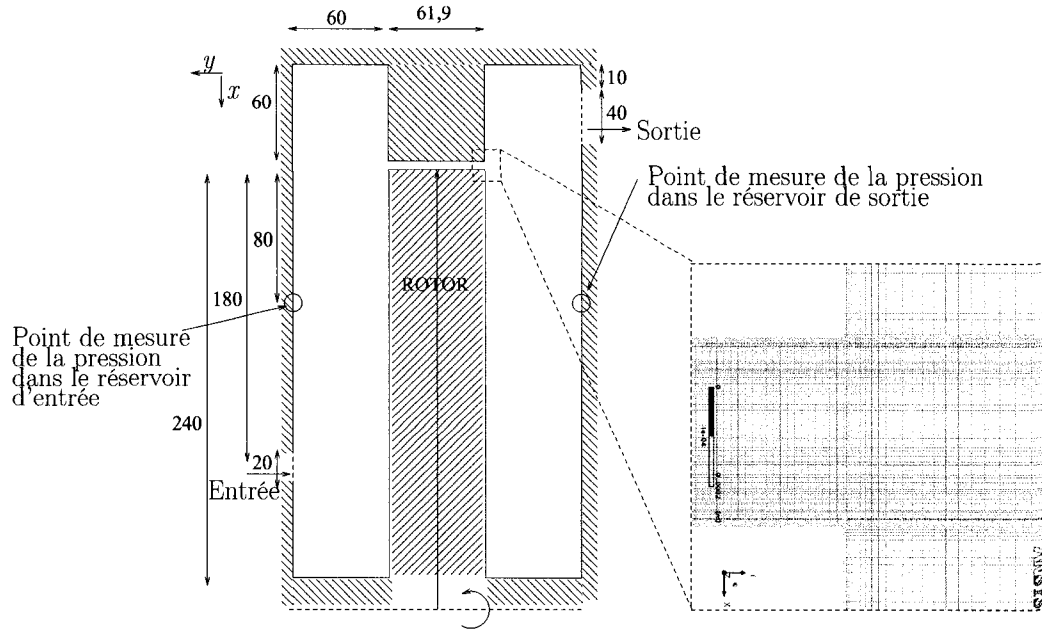


FIGURE 3.6 Schéma des réservoirs complets modélisés, avec les dimensions utilisées (en mm), et un détail du maillage.

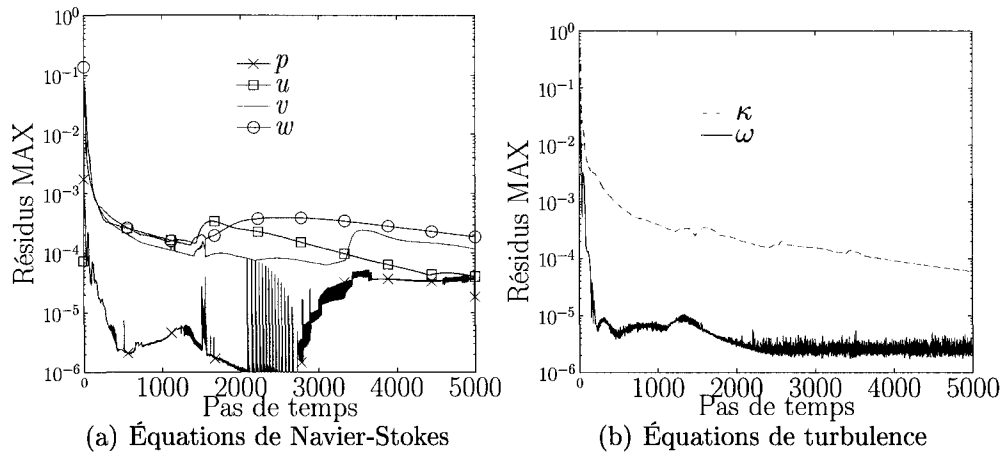


FIGURE 3.7 Convergence des résidus maximums avec la modélisation des réservoirs au complet.

mouvement dans les trois directions, se situent dans les réservoirs d'entrée et de sortie, alors que les résidus ont atteint  $10^{-6}$  partout dans le joint. La Figure 3.8 représente l'évolution du champ de pression totale à la sortie du joint, pour plusieurs nombres d'itérations. On observe que la pression totale s'établit doucement, et qu'après 5000

itérations, le champ de pression totale n'est pas stabilisé dans le réservoir de sortie. L'augmentation de la pression totale est due à l'augmentation de la vitesse azimuthale du fluide qui se propage très lentement à l'intérieur du réservoir. Après les 5000 premières itérations, le calcul converge avec un pas de temps dix fois plus grand que le précédent ( $2 \cdot 10^{-4}s$ ), ce qui accélère la convergence dans les réservoirs. De plus, après 5000 itérations, il y a un reflux important sur plus de la moitié de la face de sortie, et on utilise donc une face perméable en sortie (option *Opening*).

Lorsqu'on continue le calcul, on observe que la pression statique que l'on mesure dans le réservoir diminue au fur et à mesure que la vitesse azimuthale s'établit. Mais on a observé que l'écoulement dans le joint est complètement convergé après seulement 500 itérations. De plus, on observe que seulement les pertes de charge dans le réservoir de sortie continuent d'évoluer, et comme la plus grande contribution à la perte de charge, qui a lieu dans le joint, n'évolue plus, la différence de pression entre les réservoirs n'augmente que de 3% pourcents entre la 1000ème et la 24000ème itération, pour laquelle la valeur de la pression est presque convergée. Cette différence, bien que non négligeable, est entre 5 et 10 fois plus faible que les pourcentages d'erreur que l'on obtient avec les résultats expérimentaux (voir Tableau 3.5). Pour accélérer les prochains calculs, on n'exécutera donc que les 2000 premières itérations, en sachant que l'on sous-estime de quelques pourcents la valeur de la perte de charge dans le réservoir de sortie.

On visualise le champ des vecteurs vitesse dans le plan de symétrie du joint à la Figure 3.9. À la sortie du joint, dans le réservoir de sortie, on observe bien les deux zones tourbillonnaires de chaque côté de l'écoulement de type « jet ». On note que les vitesses tangentielles au plan de symétrie du joint sont plus grandes dans le réservoir de sortie que dans le réservoir d'entrée, car le fluide a été accéléré lors de son passage dans le joint.

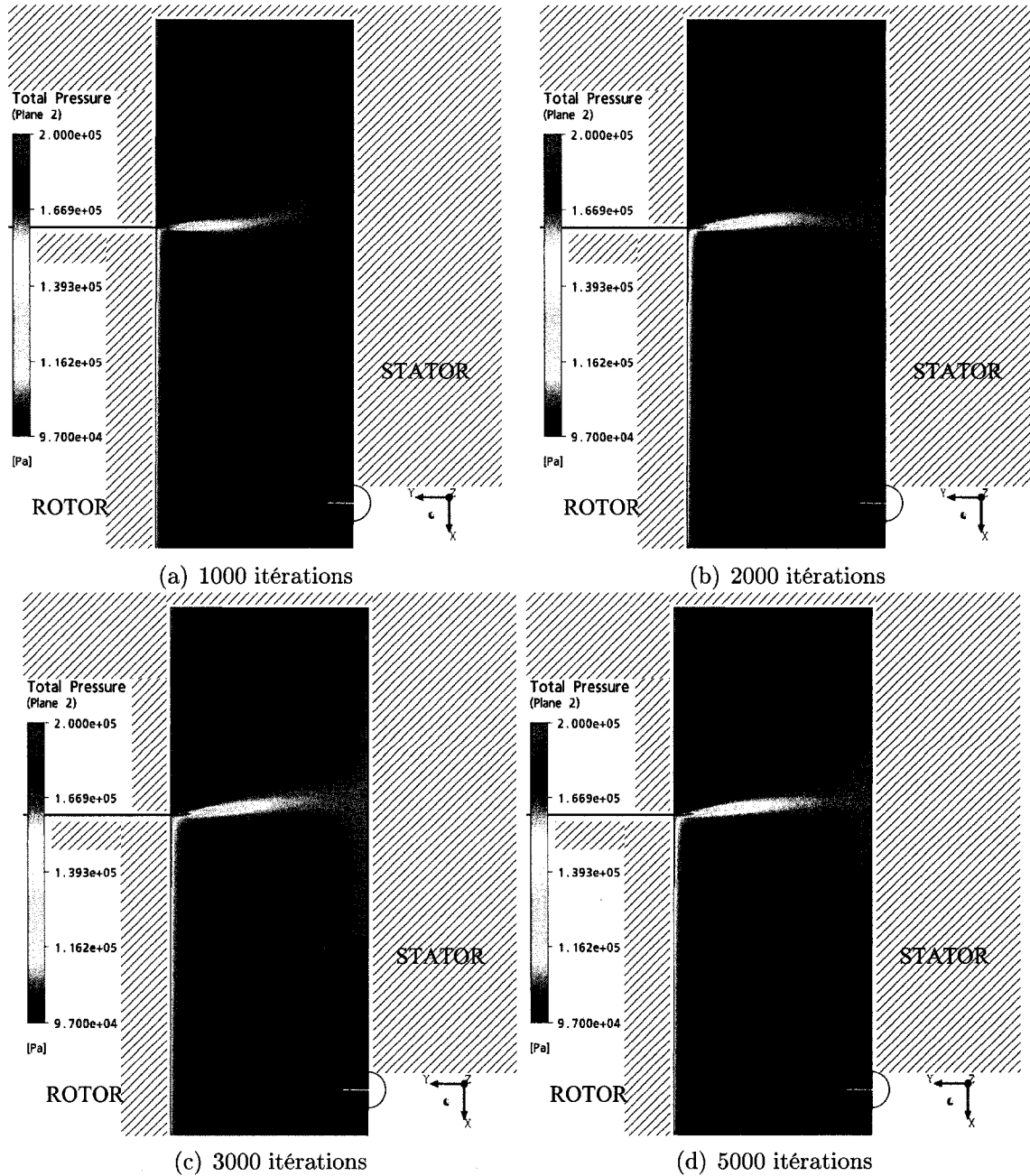


FIGURE 3.8 Champ de pression totale à la sortie du joint, pour différents nombres d'itérations avec le pas de temps adapté au joint.



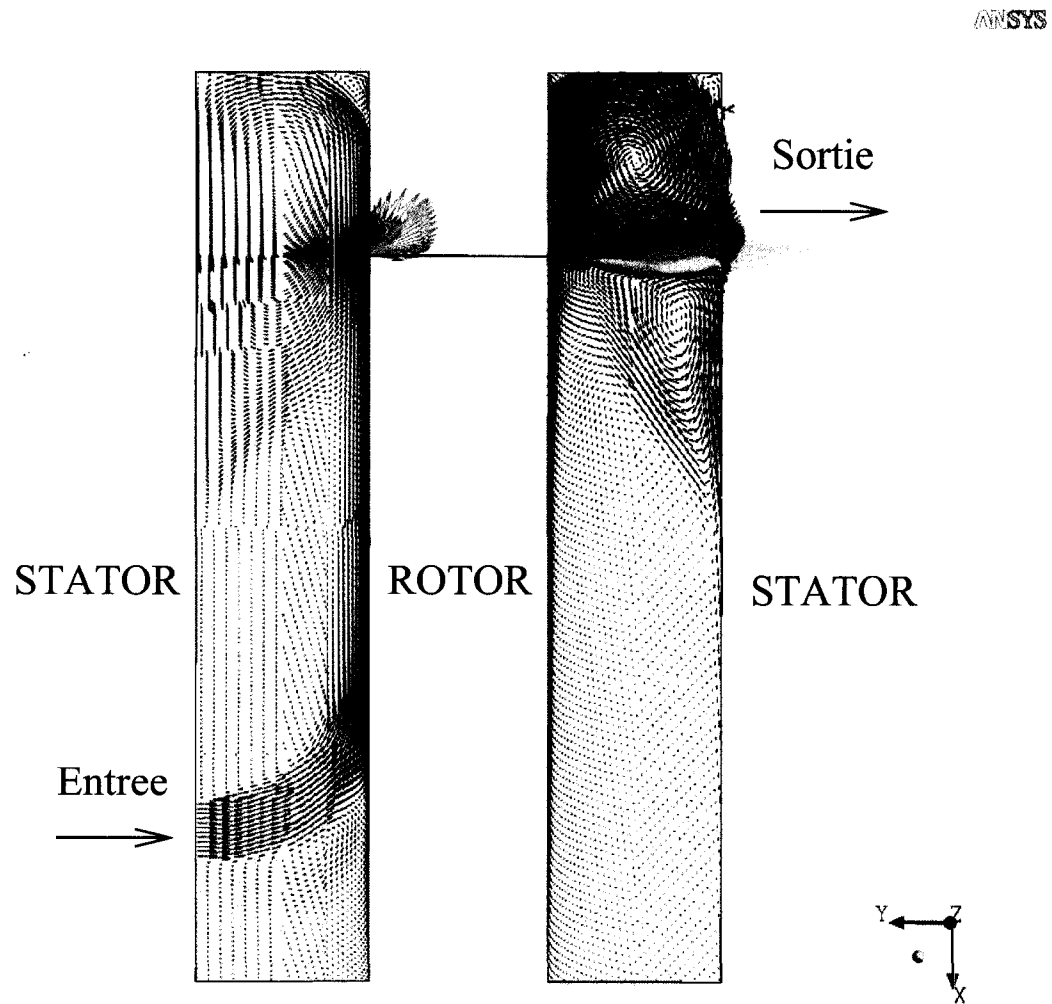


FIGURE 3.9 Champ de la vitesse tangentielle au plan de symétrie du joint, dans les réservoirs.

### **3.2.4 Comparaison des valeurs expérimentales, analytiques et numériques des pertes de charge**

#### **3.2.4.1 Valeurs analytiques et numériques avec modélisation des réservoirs**

Nous allons maintenant comparer les estimations analytiques des pertes de charge, et celles calculées numériquement en modélisant les réservoirs de façon simplifiée, aux résultats des calculs modélisant les réservoirs dans leur totalité. La modélisation simplifiée des réservoirs retenue a été décrite dans la Section 3.2.2 : la hauteur du réservoir en entrée vaut 10 fois le jeu, celle du réservoir en sortie 40 fois le jeu, et on utilise une distribution parabolique pour le maillage dans le joint et dans les réservoirs. Pour les calculs numériques, on impose le débit en entrée et une pression statique moyenne nulle en sortie, avec l'option zéro gradient sur la vitesse du fluide réentrant pour le réservoir simplifiée en sortie, la face de sortie étant perméable. Dans cette section, les estimations analytiques des pertes de charge dans les réservoirs sont calculées à partir des valeurs moyennes de vitesse résultant du calcul fait avec les réservoirs simplifiés.

Dans un premier temps, on considère le cas plus simple où le rotor est immobile. On va ainsi comparer les pertes de charge obtenues numériquement avec la modélisation simplifiée des réservoirs, sans rotation du rotor, aux estimations analytiques usuelles pour un rétrécissement et un élargissement. On utilise la même géométrie et le même point de fonctionnement que précédemment, en enlevant la rotation. Même sans la rotation, on observe que le réservoir en sortie ralentit la convergence. Les pertes de charge numériques en entrée et en sortie sont calculées en considérant la différence de pression totale entre les mêmes sections que celles utilisées à la Section 3.2.2. On observe que, en entrée, la perte de charge analytique est 5% plus faible que la perte de charge numérique, et que, en sortie, elle est 2% plus faible. Ces pourcentages

d'erreur, obtenus pour le cas sans rotation, pour lequel l'estimation des pertes est précise, constituent une « précision de référence », qui nous permettra d'évaluer les écarts que l'on obtiendra dans le cas plus complexe où on modélise la rotation.

On rajoute maintenant la rotation et on calcule les pertes de charge des trois façons différentes, décrites dans les trois dernières sections (Sections 3.2.1, 3.2.2 et 3.2.3), sur les quatre points de fonctionnement de la Géométrie #1, décrits dans le Tableau 4.1 (page 72 au début du Chapitre 4). Les résultats sont données dans le Tableau 3.3. On y rapporte les pertes de charge numériques, avec les modélisations complète et simplifiée des réservoirs, et analytiques. Comme décrit à la Section 3.2.1, on calcule analytiquement les pertes de charge en sortie de deux manières : l'une basée sur la vitesse axiale (PdC sortie anal.  $V_{ax}$  dans le tableau) et l'autre sur la vitesse totale (PdC sortie anal.  $V_{tot}$  dans le tableau).

**En entrée**, on observe que les valeurs analytiques des pertes de charge sont de plus en plus élevées par rapport aux pertes de charge numériques lorsque le rapport du nombre de Reynolds tangentiel sur le nombre de Reynolds axial  $ReT/ReAx$  augmente. On peut penser que la rotation du rotor, entraînant le fluide avant son entrée dans le réservoir, lui fournit de l'énergie, réduisant ainsi la perte de charge à l'entrée du joint. Le fait que, pour le Point de fonctionnement #1, on obtient en entrée une perte de charge plus faible avec la rotation que sans, va dans ce sens. De plus, pour les Points de fonctionnement #3 et #4, le résultat numérique obtenu en modélisant les réservoirs au complet indique que le fluide a gagné de l'énergie lors de son entrée dans le joint (valeur négative de la perte de charge dans le tableau). La modélisation simplifiée du réservoir surestime également la perte de charge en entrée, par rapport à la modélisation complète.

**En sortie**, les trois estimations différentes des pertes de charge sont toutes inférieures aux valeurs données par la modélisation complète des réservoirs. L'écart des pertes de charge analytiques basées sur la vitesse axiale, avec les valeurs correspondant à la modélisation complète des réservoirs, augmentent beaucoup avec le rapport  $ReT/ReAx$ .

Au contraire, les pertes de charge analytiques basées sur la vitesse totale restent toujours très proches des valeurs numériques obtenues avec la modélisation complète des réservoirs. En particulier, les estimations analytiques des pertes de charge en sortie, basée sur la vitesse totale, sont plus proches des résultats obtenus en modélisant les réservoirs au complet, que ne le sont les résultats obtenus avec les réservoirs simplifiés.

TABLEAU 3.3 Comparaison des pertes de charge analytiques et numériques à l'entrée et à la sortie du joint.

Point de fonctionnement ( $ReT/ReAx$ )	PdC entrée (Pa)			PdC sortie (Pa)			
	Réservoir complet	Rés. simp.	Anal.	Réservoir complet	Rés. simp.	Anal. $V_{ax}$	Anal. $V_{tot}$
PdFct1 (1.59)	$2,7E4$	27%	62%	$1,42E5$	-21%	-38%	-7%
PdFct2 (2.17)	$0,44E4$	248%	433%	$1,06E5$	-25%	-56%	-10%
PdFct3 (2.51)	$-0,27E4$	134%	751%	$0,94E5$	-30%	-63%	-8%
PdFct4 (3.35)	$-1,3E4$	115%	176%	$0,81E5$	-31%	-76%	-8%

TABLEAU 3.4 Comparaison des pertes de charge à l'entrée et à la sortie du joint, à la différence de pression entre les réservoirs.

Point de fonctionnement ( $ReT/ReAx$ )	Résultats numériques avec la modélisation des réservoirs complets		
	$\Delta P$ (Pa)	PdC entrée	PdC sortie
PdFct1 (1.59)	$4,17E5$	6%	34%
PdFct2 (2.17)	$2,60E5$	2%	41%
PdFct3 (2.51)	$2,11E5$	1%	44%
PdFct4 (3.35)	$1,43E5$	9%	57%

Finalement, dans le Tableau 3.4, on rapporte la proportion des pertes de charge en entrée et en sortie, calculées en modélisant les réservoirs au complet, dans la différence de pression entre les réservoirs. Les pertes de charge en entrée représentent une proportion assez faible (toujours inférieure à 10%), alors que les pertes de charge en sortie représentent une part très importante de la perte de charge totale dans le joint (jusqu'à plus de la moitié). On note aussi que la proportion de la perte de

charge en sortie est de plus en plus grande lorsque le rapport  $ReT/ReAx$  augmente. La prédiction précise des pertes de charge en sortie est donc plus importante que celle des pertes de charge en entrée.

### 3.2.4.2 Comparaison des estimations de la perte de charge totale dans le joint, aux résultats expérimentaux

#### 3.2.4.2.1 Avec rotation

Le but de l'estimation analytique des pertes de charge est d'éviter la modélisation complète des réservoirs, en utilisant les corrections que l'on a décrites à la Section 3.2.1. On simule donc maintenant les quatre points de fonctionnement associés à la Géométrie #1 (Tableau 4.1) sans modéliser les réservoirs, avec le même Maillage parabolique #1 du Tableau 2.2, et on calcule le gradient de pression avec les deux corrections. Dans le Tableau 3.5, on compare la différence de pression totale ( $\Delta P_{tot}$ ) obtenue avec la modélisation complète et simplifiée des réservoirs, ainsi que celle obtenue sans modéliser les réservoirs, en utilisant les deux corrections (basée sur la vitesse axiale  $V_{ax}$  en sortie, et sur la vitesse totale en sortie  $V_{tot}$ ), aux résultats expérimentaux. On observe que la modélisation complète ou simplifiée des réservoirs n'améliore pas la précision de la valeur numérique de la différence de pression totale, par rapport aux résultats expérimentaux. On note cependant que les pourcentages correspondant à la modélisation complète des réservoirs, bien qu'assez élevés, sont groupés entre 15% et 35%. Les écarts obtenus avec les autres estimations, bien que parfois plus proches, présentent un étalement plus important. On discute dans la section suivante les causes probables de telles différences entre les résultats expérimentaux et la modélisation complète des réservoirs.

Pour les pertes de frottement, les valeurs numériques sont très inférieures aux valeurs expérimentales et, comme attendu, les pertes de frottement sont plus faibles avec le

réservoir que sans, le fluide ayant une pré-rotation à l'entrée du joint. Mais les écarts entre les pertes de frottement, avec et sans la modélisation des réservoirs, sont faibles par rapport aux erreurs avec les résultats expérimentaux.

Finalement, comme modéliser les réservoirs de façon simplifiée augmente le temps de calcul mais n'améliore pas la précision, on choisit de modéliser seulement le joint dans la suite de l'étude. Dans le prochain chapitre, on compare le calcul CFD sans réservoir à un plus grand nombre de résultats expérimentaux pour déterminer quelle correction, des deux proposées, donne les résultats les plus proches des mesures expérimentales. On comparera également les pertes de frottement numériques et expérimentales.

TABLEAU 3.5 Comparaison des gradients de pression numériques, obtenus avec et sans la modélisation des réservoirs, aux résultats expérimentaux.

Point de fonct.	$\Delta P_{tot}$ (Pa) expérimental	Rés. Complet	Rés. simpl.	Sans rés.	
				cor. $V_{ax}$	cor. $V_{tot}$
PdFct1	3,08E5	35%	26%	25%	39%
PdFct2	2,14E5	21%	9%	1%	23%
PdFct3	1,70E5	24%	14%	-4%	25%
PdFct4	1,24E5	15%	-2%	-28%	13%

#### 3.2.4.2.2 Sans rotation

À la Section 2.2.2, on a expliqué que l'on peut prédire analytiquement de manière précise la fuite dans une conduite annulaire, sans rotation des parois, avec le diagramme de Moody. On a aussi mentionné, à la Section 3.2.1, qu'il existe une formule analytique précise qui estime les pertes de charge à l'entrée et à la sortie du joint, lorsque l'on néglige la rotation. Aux Sections 2.2.2 et 3.2.4.1, on a vu que le calcul numérique donne des résultats proches (écart de 10% au maximum) de ces estimations analytiques. En laboratoire, des essais ont été réalisés sans rotation du rotor, et on peut donc comparer ces résultats expérimentaux aux résultats analytiques et numériques. En considérant la même Géométrie #1 que précédemment (Tableau 4.1 à la

page 72), on simule analytiquement et numériquement les quatre points de fonctionnement sans rotation, qui ont été testés expérimentalement. Le Tableau 3.6 détaille ces points de fonctionnement expérimentaux, en notant  $\Delta P$  la différence de pression entre les réservoirs,  $\bar{T}$  la température moyenne de l'eau circulant dans le joint, et  $ReAx$  le nombre de Reynolds axial.

TABLEAU 3.6 Points de fonctionnement expérimentaux des cas tests sans rotation sur la Géométrie #1.

PdFct	$\Delta P$ (Pa)	Débit ( $m^3/s$ )	$\bar{T}$ ° C	$\Omega$ (rpm)	$ReAx$
1	2,51E5	7,99E-3	29	0	6,110E3
2	1,55E5	5,85E-3	27	0	4,289E3
3	1,16E5	5,24E-3	29	0	3,980E3
4	0,779E5	4,12E-3	31	0	3,313E3

Dans le Tableau 3.7, on compare les valeurs expérimentales et numériques de la différence de pression entre les réservoirs, à la valeur analytique. La différence de pression analytique est la somme de la perte de charge dans le joint, calculée à l'aide du diagramme de Moody, en considérant  $10^{-6}m$  pour la rugosité des parois, et des pertes de charge en entrée et en sortie, calculées comme à la Section 3.2.1. La valeur numérique correspond au résultat CFD du calcul sans les réservoirs, auquel on ajoute les pertes de charge analytique en entrée et en sortie.

Comme on l'a observé précédemment, le calcul numérique est proche des résultats analytiques. Par contre, les valeurs expérimentales sont très inférieures au résultat analytique, jusqu'à 35% plus petites. Même en considérant le résultat analytique pour des parois lisses, la valeur expérimentale de la différence de pression pour le Point de fonctionnement #1 est toujours très inférieure à la valeur analytique (30%). L'écart pourrait provenir de pertes de charge différentes à l'entrée et à la sortie du joint. Mais on note que la perte de charge analytique dans le joint seulement, donnée par le diagramme de Moody, est supérieure à la différence de pression expérimentale

entre les réservoirs, pour le Point de fonctionnement #1.

TABLEAU 3.7 Comparaison des différences de pression expérimentale et numérique, à la valeur analytique, pour les cas tests sans rotation sur la Géométrie #1.

PdFct	$\Delta P$ entre réservoirs (Pa)		
	analytique	expérimentale	numérique
1	3,87E5	-35%	-2%
2	2,16E5	-28%	1%
3	1,79E5	-35%	1%
4	1,10E5	-29%	7%

En considérant des résultats expérimentaux sans rotation pour les Géométries #2, #3 et #5 (Tableau 4.1 à la page 72), on fait la même constatation : le résultat expérimental est entre 12% et 23% plus faible que le résultat analytique. De plus, à la section précédente lors de la modélisation complète des réservoirs pour le joint avec la rotation, on a observé la même tendance : dans le Tableau 3.5, la différence de pression expérimentale entre les réservoirs est plus faible que le résultat numérique. Ainsi, avec ou sans la rotation, la fuite expérimentale est supérieure aux prédictions analytiques et numériques (de quelques dizaines de pourcents sur la valeur de la différence de pression). Un facteur qui pourrait expliquer cet écart est l'excentricité : si le montage expérimental possède un défaut d'excentricité, la fuite serait augmentée par rapport au cas où le rotor est parfaitement centré. Or les résultats analytiques et numériques utilisent l'hypothèse d'un rotor centré. Mais l'excentricité n'a pas été mesurée et nous ne possédons pas d'incertitude pour cette valeur.

### 3.3 Imposition des conditions aux limites

CFX11 propose différents choix de conditions aux limites pour les faces d'entrée (Inlet), de sortie (Outlet) ou les faces perméables (*Opening*), à travers lesquelles



l'écoulement peut avoir lieu dans les deux sens. On peut imposer un débit, une pression totale, ou une pression statique sur ces types de face. Si l'on impose le débit dans le joint, le résultat du calcul sera le gradient de pression entre les réservoirs. Au contraire, si l'on impose le gradient de pression, le résultat du calcul sera le débit. Dans les deux cas, le moment exercé par le fluide sur le rotor est aussi un résultat du calcul. Les conditions aux limites de pression sont plus réalistes physiquement, car c'est la différence de pression entre les zones en amont et en aval de la roue qui crée l'écoulement dans le joint. De plus, lors du processus de design de la turbine, on connaît ce gradient de pression avant le calcul de l'efficacité énergétique du joint, mais on ne connaît pas le débit passant dans le joint. CFX11 nous permet d'imposer ces deux types de conditions aux limites mais la documentation de CFX11 (ANSYS (2005)) précise que les conditions aux limites de débit sont plus stables.

On présente tout d'abord la formulation exacte des conditions aux limites de débit et de pression utilisées, puis on compare la convergence du calcul pour ces deux types de conditions aux limites.

### **3.3.1 Conditions aux limites de débit**

Pour les conditions aux limites de débit, le débit massique est imposé sur la face d'entrée, avec la direction de l'écoulement perpendiculaire à la face d'entrée. Une pression statique nulle, ou la pression à la sortie du joint si elle est connue, est imposée sur la face de sortie. Dans le cas où on ne modélise pas les réservoirs, on utilise les formulations analytiques des pertes en entrée et en sortie du joint, présentées à la Section 3.2.1, lors du post-traitement, pour relier les pressions aux extrémités du joint aux pressions dans les réservoirs.

### 3.3.2 Conditions aux limites de pression

Pour les conditions aux limites de pression, on fixe les valeurs des pressions aux extrémités du domaine de calcul. Si l'on modélise les réservoirs, il suffit d'imposer la différence de pression entre les réservoirs que l'on connaît expérimentalement. Si l'on ne modélise pas les réservoirs, il faut fixer les valeurs des pressions aux extrémités du joint alors que l'on connaît seulement les valeurs des pressions dans les réservoirs. A la Section 3.2.1, on a relié les valeurs des pressions dans les réservoirs à celles aux extrémités du joint, en estimant les pertes énergétiques en entrée et en sortie du joint. Mais ces pertes énergétiques dépendent des valeurs moyennes de la vitesse dans le joint, valeurs inconnues avant le calcul. Mais CFX11 possède l'option adaptée. Lorsque l'on impose des conditions aux limites de pression sur une ouverture de type *Opening*, on peut spécifier un coefficient de perte  $k$  à partir duquel la pression imposée est modifiée en tenant compte de la perte  $k\frac{1}{2}\rho U_n^2$  avec  $U_n$  la vitesse normale en tout point de la face. Par exemple, si en entrée on impose une pression totale  $ptot_{spec}$  avec un coefficient de perte  $k$ , la pression statique  $pstat$  imposée en tout point de la face est définie par la relation :  $ptot_{spec} - \frac{1}{2}k\rho U_n^2 = pstat + \frac{1}{2}\rho U_n^2$ .

Ainsi, pour les conditions aux limites de pression, la pression totale avec un coefficient de perte  $k = 0.5$  est imposée en entrée, qui est modélisée par une face de type *Opening*. En sortie, pour la correction basée sur la vitesse axiale, on impose la pression totale avec un coefficient de perte  $k = 1$ , en utilisant une face de type *Opening*. Pour la correction basée sur la vitesse totale, cette option ne fonctionne pas, puisque la perte est calculée seulement à partir de la vitesse normale à la face. Mais il suffit d'imposer une pression statique nulle, ou la pression à la sortie du joint si elle est connue, puisque toute l'énergie cinétique est dissipée dans le réservoir de sortie avec cette correction.

### 3.3.3 Conditions aux limites de turbulence

Comme sur une géométrie réaliste de joint, l'écoulement est établi dans une grande partie du joint (voir Section 2.2.2 au chapitre précédent), les conditions aux limites de turbulence ont peu d'influence sur le résultat. Par exemple, la variation du débit lorsque l'on décuple l'intensité turbulente (de 1% à 10%) est négligeable par rapport aux erreurs obtenues avec les résultats expérimentaux. Cependant, on essaie quand même de bien contrôler ces paramètres. Dans la majorité des simulations, on observe que les conditions de turbulence de l'écoulement établi (au milieu du joint) sont :

- Intensité turbulente entre 8% et 12%
- Longueur de mélange : la moitié du jeu

Comme on n'a aucune information sur l'état de turbulence du fluide à son entrée dans le joint, on réutilise des valeurs similaires à celles de l'écoulement établi comme conditions aux limites de turbulence en entrée : une intensité turbulente de 10% et une longueur de mélange valant la moitié du jeu. Ce choix est conforté par le calcul numérique sur la Géométrie #1 qui modélise les réservoirs au complet (voir Section 3.2.3) : en imposant une intensité de turbulence nulle à l'entrée du réservoir, l'intensité mesurée à l'entrée du joint est de 8%, et la longueur de mélange de 0,12mm (alors que le jeu vaut 0,381mm pour la Géométrie #1).

### 3.3.4 Comparaison de la convergence du calcul avec les conditions aux limites de débit et de pression

On compare la convergence du calcul numérique sans modélisation des réservoirs avec les conditions aux limites de débit et de pression, en utilisant la même géométrie, le même point de fonctionnement expérimental (Géométrie #1 et Point de fonctionnement #1 du Tableau 4.1, page 72 au début du Chapitre 4), et le même maillage parabolique (Maillage #1 du Tableau 2.2) que précédemment. Pour les conditions

aux limites de pression, on utilise la correction basée sur la vitesse totale en sortie. L'utilisation du coefficient de pertes en entrée, avec les conditions aux limites de pression, ralentit la convergence, la pression devant s'adapter lorsque le débit s'établit au cours du calcul. De plus, la pression statique et le débit massique dans la section, dont on observe l'évolution lors du calcul, ne sont convergés que pour des valeurs maximales des résidus de  $10^{-6}$  (un ordre de grandeur plus petit que pour les conditions aux limites de débit). La convergence doit donc être poussée plus loin et cela nécessite beaucoup plus d'itérations que lorsque l'on utilise les conditions aux limites de débit. La Figure 3.10 permet de comparer la convergence des maxima des résidus pour les calculs avec les conditions aux limites de débit et de pression. Les calculs sont arrêtés lorsque les valeurs monitorées sont convergées. Les oscillations observées sur la Figure 3.10(b), à la fin du calcul, sont dues à la précision numérique de la machine. Précédemment, le pas de temps était calculé de manière automatique par CFX11. Pour accélérer la convergence, on utilise un pas de temps quatre fois plus grand que l'estimation faite par CFX11 (Time Scale Factor = 4). Le calcul converge alors en 200 itérations au lieu de 500. La Figure 3.11 représente l'évolution du maximum des résidus pour les calculs avec les conditions aux limites de pression et avec les deux pas de temps différents : celui calculé par CFX11 (Time Scale Factor = 1) et un autre quatre fois plus grand (Time Scale Factor = 4). La Figure 3.12 représente l'évolution de la pression statique moyenne à l'entrée du joint, et du débit massique dans la section de joint modélisée, pour ces deux pas de temps différents. Cette réduction du nombre d'itérations nécessaires est utile à l'utilisation de la CFD dans un processus d'optimisation, qui nécessite plusieurs calculs numériques.

D'autres tentatives pour accélérer la convergence ont été essayées :

- Modéliser le réservoir de façon simplifiée en entrée ne permet pas de converger plus rapidement : la convergence est similaire au cas sans réservoir.
- Utiliser le champ de vitesse correspondant à la solution exacte des équations de Navier-Stokes pour l'écoulement laminaire dans une conduite annulaire, comme

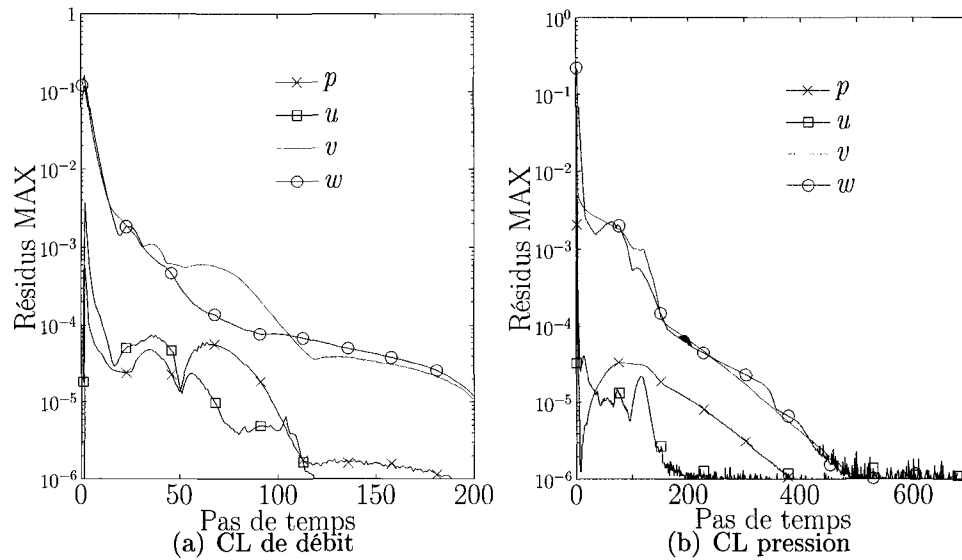


FIGURE 3.10 Comparaison de la convergence des résidus maximums avec les CL de débit et de pression.

solution initiale du calcul en turbulent partout dans le joint, n'améliore pas non plus la convergence. La solution théorique en laminaire est en fait plus éloignée de la solution du problème réel turbulent que le champ nul en tout point (solution initiale utilisée par défaut par CFX11).

### 3.4 Conclusions du chapitre

Dans ce chapitre, on a fait l'expérience de la difficulté qu'il y a à modéliser le montage expérimental dans son ensemble. La modélisation des réservoirs au complet, en plus de donner un très gros maillage de plus d'un million et demi de noeuds, pose le problème des disparités d'échelle avec le choix du pas de temps. Le pas de temps doit être suffisamment petit pour que la résolution dans le joint soit stable, mais la convergence du calcul dans les réservoirs est alors très lente, et un très grand nombre d'itérations est nécessaire pour obtenir des valeurs convergées des pressions dans les réservoirs.

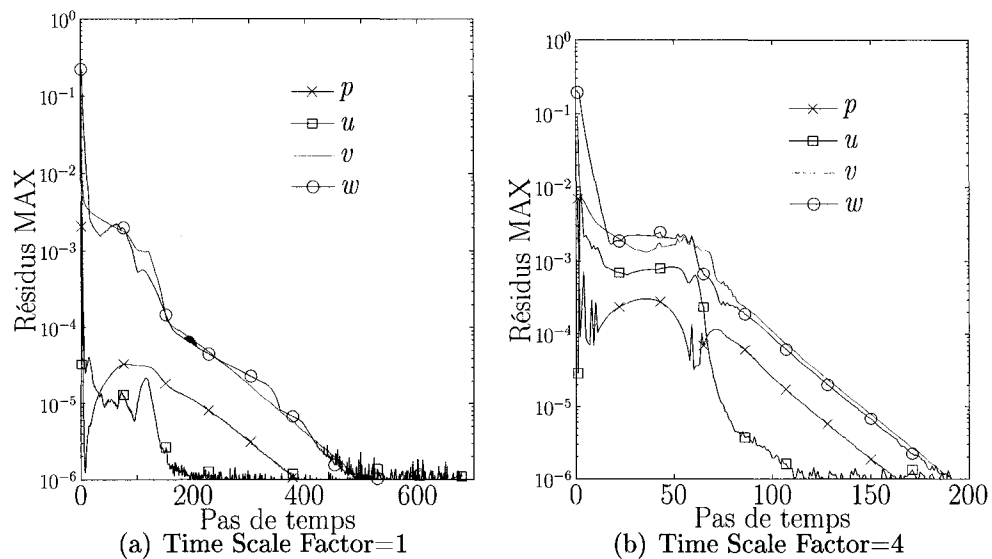


FIGURE 3.11 évolution des résidus maximums, avec les CL de pression et les deux pas de temps.

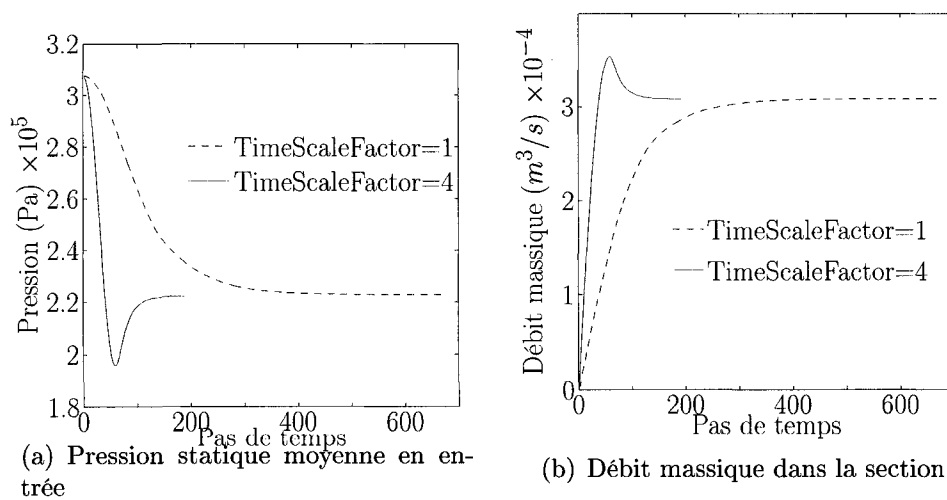


FIGURE 3.12 évolution de la pression statique moyenne en entrée et du débit dans la section, avec les CL de pression et les deux pas de temps.

Les résultats obtenus en modélisant les réservoirs au complet sont assez éloignés des résultats expérimentaux pour la fuite : en imposant le débit, les différences de pression numériques sont supérieures de plusieurs dizaines de pourcents aux résultats expérimentaux. De même, la solution analytique qui existe pour le problème du joint droit sans rotation, donne des différences de pression supérieures aux résultats expérimentaux pour le cas sans rotation. Ces différences pourraient s'expliquer par une excentricité non contrôlée du rotor lors des essais expérimentaux, qui faciliterait la fuite dans le joint.

Ainsi, on a observé que la modélisation des réservoirs, simplifiée ou non, ne permet pas de se rapprocher significativement des résultats expérimentaux, et la modélisation stricte du joint donne des erreurs du même ordre de grandeur, par rapport aux valeurs expérimentales. On choisit donc de ne modéliser que le joint, et d'estimer analytiquement les pertes de charge en entrée et en sortie du joint, dans la suite de l'étude. De plus, on a vu qu'il est possible d'imposer des conditions aux limites de débit et de pression, qui prennent en compte les corrections analytiques en entrée et à la sortie. Dans le chapitre suivant, on compare les deux corrections différentes proposées pour la perte de charge à la sortie du joint, en utilisant comme référence un plus grand nombre de résultats expérimentaux de cas tests de joints droits.

## CHAPITRE 4

### VALIDATION DU MODÈLE CFD

Les joints droits ont fait l'objet d'une campagne d'essais chez AndritzVATech (voir Section 3.1 et rapports D.E.W. Vu (1976)) ainsi que l'objet d'une étude semi-empirique (rapport D.E.W. Vu (1978)a), dans les années 70. De plus, les joints labyrinthe ont aussi fait l'objet d'une campagne d'essais (rapport D.E.W. Lang (1964)) ainsi que l'objet d'une étude semi-empirique (rapport D.E.W. Vu (1978)b). On va utiliser les résultats disponibles pour la validation du modèle CFD, en confrontant les résultats numériques aux résultats expérimentaux et semi-empiriques pour les joints droits et les joints labyrinthe. On pourra ainsi évaluer et vérifier la précision de la CFD pour le calcul des performances énergétiques d'un joint.

#### 4.1 Validation de la CFD pour les joints droits

Pour fin de comparaison, on considère cinq géométries de joints droits, extraites du rapport D.E.W. Vu (1976), parmi toutes celles testées lors de la campagne d'essais sur les joints droits. Les jeux des géométries sélectionnées varient entre 0,381mm et 0,762mm. Pour chaque géométrie, on simule plusieurs points de fonctionnement, correspondant à différentes valeurs pour le rapport du nombre de Reynolds tangentiel sur le nombre de Reynolds axial ( $ReT/ReAx$ ), qui varie entre 1,5 et 5,5. Les géométries et les points de fonctionnement de ces cas sont décrits au Tableau 4.1, où l'on note  $\Delta P$  la différence de pression mesurée entre les réservoirs,  $\bar{T}$  la température moyenne mesurée dans le joint (à partir de laquelle sont calculées les propriétés physiques de l'eau),  $\Omega$  la vitesse de rotation,  $ReAx$  et  $ReT$  les nombres de Reynolds axial et tangentiel, et finalement  $Ta$  le nombre de Taylor.



TABLEAU 4.1 Géométries et points de fonctionnement des cas tests de joints droits.

Géométries				
	Jeu	Longueur	Rayon rotor	Rapport jeu/rayon
Geom1	0,381mm	61,9mm	251,5mm	0,0015
Geom2	0,762mm	50,8mm	253,3mm	0,0030
Geom3	0,254mm	61,9mm	251,6mm	0,0010
Geom4	0,508mm	61,9mm	251,3mm	0,0020
Geom5	0,762mm	61,9mm	251,1mm	0,0030

Points de fonctionnement expérimentaux							
	$\Delta P$ (Pa)	Débit ( $m^3/s$ )	$\bar{T}$ ° C	$\Omega$ (rpm)	$ReAx$	$ReT$	$Ta$
Geom1							
PdFct1	3,08E5	7,99E-3	20	800	4,976E3	7,922E3	308
PdFct2	2,14E5	5,84E-3	22	800	3,815E3	8,310E3	324
PdFct3	1,70E5	5,05E-3	14	800	2,676E3	6,727E3	262
PdFct4	1,24E5	3,79E-3	17	800	2,175E3	7,290E3	284
Geom2							
PdFct1	7,24E4	10,13E-3	21	600	6,391E3	1,224E4	671
PdFct2	2,90E4	4,75E-3	21	600	2,996E3	1,224E4	671
PdFct3	7,86E4	9,47E-3	19	800	5,737E3	1,562E4	857
PdFct4	2,21E4	4,16E-3	22	600	2,621E3	1,272E4	697
PdFct5	3,31E4	4,37E-3	15	800	2,649E3	1,398E4	766
Geom3							
PdFct1	2,23E5	1,43E-3	29	800	1,095E3	6,488E3	206
PdFct2	3,76E5	2,24E-3	26	800	1,619E3	6,154E3	196
PdFct3	2,96E5	2,16E-3	28	800	1,426E3	6,376E3	203
Geom4							
PdFct1	2,05E5	8,65E-3	6	800	3,686E3	7,406E3	333
Geom5							
PdFct1	8,55E4	9,36E-3	24	800	6,447E3	1.746E4	962

Tous les cas tests décrits dans ce tableau sont simulés numériquement avec le modèle CFD présenté au Chapitre 2, et sans modéliser les réservoirs. Rappelons que les propriétés physiques du fluide sont calculées à partir de la température moyenne de l'eau circulant dans le joint, température qui a été mesurée expérimentalement.

Pour les cinq géométries différentes, on utilise le même maillage utilisé précédemment (Maillage parabolique #1 du Tableau 2.2). Ce maillage assure des valeurs moyennes de  $y^+$  inférieures à 2. Puisque la valeur du jeu varie mais que l'on garde le même nombre de mailles dans la largeur du jeu, la résolution du maillage est différente pour chaque géométrie. Cependant, l'influence de la résolution est faible et donne des écarts négligeables par rapport aux erreurs que l'on obtient avec les résultats expérimentaux. Par exemple, on a modifié le maillage de la Géométrie #2 pour avoir la même résolution qu'avec le Maillage parabolique #1 (100 mailles dans la largeur) utilisé sur la Géométrie #1. Le jeu étant deux fois plus grand, le nouveau maillage de la Géométrie #2 a deux fois plus de mailles dans largeur du jeu, soit 200 mailles. La différence relative entre les gradients de pression obtenus avec les deux résolutions de maillage sur la Géométrie #2, avec le Point de fonctionnement #1 et avec les conditions aux limites de débit, est inférieure à 1%. À l'échelle des erreurs du résultat numérique par rapport aux mesures expérimentales (voir Tableau 4.2), cette erreur est bien négligeable.

Dans un premier temps, on utilise les conditions aux limites de débit, pour comparer les deux estimations analytiques des pertes de charge en sortie du joint (voir Section 3.2.1), que le calcul numérique utilise. À la lumière de ces résultats, on utilisera ensuite les conditions aux limites de pression, avec la correction qui se sera avérée la meilleure, pour comparer les résultats numériques au programme semi-empirique.

#### **4.1.1 Comparaison des deux corrections estimant la perte de charge à la sortie du joint**

L'utilisation des conditions aux limites de débit nous permet de comparer facilement les deux corrections à la sortie : lors du post-traitement, le gradient de pression est calculé de deux manières, en utilisant les deux corrections proposées au Chapitre 3.2.1,

pour estimer les pertes de charge à la sortie du joint. Les résultats sont donnés dans le Tableau 4.2.

TABLEAU 4.2 Comparaison des résultats numériques des calculs avec les CL de débit, obtenus avec les deux corrections en sortie, aux résultats expérimentaux.

Point de fonctionne- ment (ReT/ReAx)	$\Delta P_{tot}$ ex- périmental (Pa)	Erreur de $\Delta P$ numérique		Pertes de frotte- ment expérimen- tales (kW)	Erreur des pertes de frottement numériques
		cor. $V_{ax}$	cor. $V_{tot}$		
<b>Geom1</b>					
PdFct1 (1,6)	3,08E5	25%	40%	2,224	-16%
PdFct2 (2,2)	2,14E5	1%	24%	2,078	-25%
PdFct3 (2,5)	1,70E5	-4%	26%	1,984	-25%
PdFct4 (3,3)	1,24E5	-28%	16%	1,953	-33%
<b>Geom2</b>					
PdFct1 (1,9)	7,24E4	25%	43%	0,838	-12%
PdFct2 (4,1)	2,90E4	-68%	7%	0,739	-26%
PdFct3 (2,6)	7,86E4	-10%	24%	1,620	-33%
PdFct4 (4,9)	2,21E4	-100%	9%	0,750	-32%
PdFct5 (5,3)	3,31E4	-121%	11%	1,314	-34%
<b>Geom3</b>					
PdFct1 (5,9)	2,23E5	-77%	-52%	1,497	-31%
PdFct2 (3,8)	3,76E5	-66%	-51%	1,488	-22%
PdFct3 (4,5)	2,96E5	-69%	-50%	1,487	-25%
<b>Geom4</b>					
PdFct1 (2)	2,05E5	9%	30%	1,855	2%
<b>Geom5</b>					
PdFct1 (2,7)	8,55E4	-12%	24%	1,028	55%

La différence de pression calculée avec la correction basée sur la vitesse totale est généralement supérieure aux résultats expérimentaux : ceci est en accord avec le fait que cette correction surestime les pertes de charge en sortie (voir Section 3.2.4.1). La différence de pression calculée avec la correction basée sur la vitesse axiale est parfois supérieure et parfois inférieure au résultat expérimental. Sur la Figure 4.1, on représente les erreurs sur les gradients de pression, calculés avec les deux corrections, en

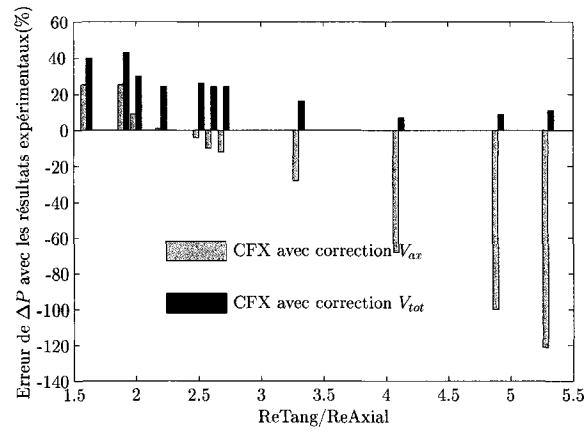


FIGURE 4.1 Comparaison des gradients de pression numériques, calculés avec les CL de débit et avec les deux corrections en sortie, en % des valeurs expérimentales.

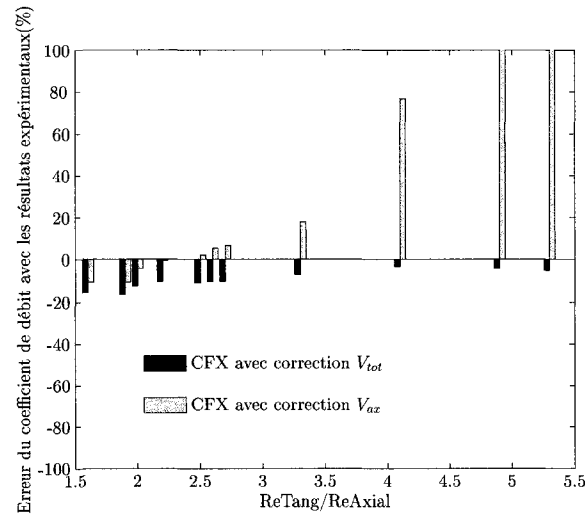


FIGURE 4.2 Comparaison des coefficients de débit numériques, calculés avec les CL de débit et avec les deux corrections en sortie, en % des valeurs expérimentales.

classant les cas tests selon les rapports  $ReT/ReAx$  croissants. On observe que les résultats avec la correction basée sur la vitesse totale sont moins étalés que les résultats obtenus avec l'autre correction. En effet, lorsque le rapport  $ReT/ReAx$  augmente, les gradients de pression numériques calculés avec la correction basée sur la vitesse axiale deviennent de plus en plus faibles par rapport aux résultats expérimentaux. Pour les calculs aux Points de fonctionnement #4 et #5 sur la Géométrie #2, correspondant à des valeurs élevées de  $ReT/ReAx$  (4,9 et 5,3), la différence de pression calculée avec cette correction est même négative, ce qui signifie que le fluide a gagné de l'énergie, entraîné par le rotor lors de son passage dans le joint.

Le moment calculé numériquement est généralement inférieur à la valeur expérimentale, avec des erreurs comprises entre -12% et -33%, pour les calculs sur les Géométries #1, #2 et #3. Mais on obtient des valeurs supérieures aux résultats expérimentaux pour les Géométries #4 et #5. La température moyenne de l'eau dans le joint, pour le point de fonctionnement de la Géométrie #4, est faible (6 ° C) comparée aux autres températures de fonctionnement. Cette caractéristique particulière pourrait expliquer que la valeur numérique du moment n'est pas plus faible que la valeur expérimentale dans ce cas. Pour la Géométrie #5, il n'y a pas de caractéristique particulière qui la différencie des autres.

On compare aussi les coefficients de débit numériques et expérimentaux. Le coefficient de débit  $C_d$  (« discharge coefficient » en anglais) est le rapport du débit dans le joint sur le débit idéal correspondant au gradient de pression aux bornes du joint :  $C_d = U/\sqrt{2\rho H_s}$  avec  $U$  la vitesse axiale moyenne et  $H_s$  la chute de pression dans le joint. À la Figure 4.2, on montre les erreurs en pourcentage entre les coefficients de débit numériques et expérimentaux, les différents cas test étant classés en ordre croissant du rapport  $ReT/ReAx$ . On observe bien entendu les même tendances que sur la Figure 4.1 : en particulier, la meilleure performance de la correction basée sur la vitesse totale en sortie pour les valeurs de  $ReT/ReAx$  supérieures à 3.

Remarque : Les calculs sur la Géométrie #3 donnent des erreurs plus importantes que

dans les autres cas, qui pourraient être dues à de mauvaises mesures expérimentales. Cependant, même pour les calculs sur la Géométrie #3, la correction basée sur la vitesse totale donne de meilleurs résultats que la correction basée sur la vitesse axiale pour la prédiction du débit. Finalement, sur les graphiques des Figures 4.1 et 4.2, on se permet de ne pas représenter les résultats des calculs sur la Géométrie #3, pour avoir une vision plus claire de la tendance générale observée.

#### **4.1.2 Comparaison des résultats numériques et semi-empiriques aux résultats expérimentaux**

L'utilisation des conditions aux limites de pression permet de comparer la CFD au programme semi-empirique de prédiction des performances d'un joint droit fourni par AndritzVATech (décrit à la Section 1.1.1), qui utilise seulement les conditions aux limites de pression. On réutilise donc les mêmes géométries et points de fonctionnement que précédemment, que l'on simule avec le programme semi-empirique, et numériquement avec les conditions aux limites de pression. Numériquement, on utilise les conditions aux limites de pression en prenant en compte la correction basée sur la vitesse totale à la sortie, car on a vu dans la Section précédente qu'elle donne des résultats moins étalés par rapport aux résultats expérimentaux. Les résultats des calculs CFD et semi-empiriques, valeurs de débit et pertes de frottement, sont donnés au Tableau 4.3.

Le débit numérique est plus petit que le débit expérimental, et donc le joint est plus efficace numériquement qu'expérimentalement du point de vue de la fuite. Ceci est en accord avec les résultats de la section précédente : en utilisant les conditions aux limites de débit et la correction basée sur la vitesse totale en sortie, on obtenait des différences de pression numériques supérieures aux résultats expérimentaux. Or, pour un même débit, une différence de pression supérieure signifie que le joint est plus effi-

TABLEAU 4.3 Comparaison des résultats semi-empiriques et numériques, avec CL de pression, aux résultats expérimentaux.

Point de fonctionnement ( $ReT/ReAx$ )	Débit ( $m^3/s$ )			Pertes de frottement (kW)		
	exp.	num.	semi-emp.	exp.	num.	semi-emp.
<b>Geom1</b>						
PdFct1 (1,6)	$7,99E-3$	-20%	-18%	2,224	-25%	-37%
PdFct2 (2,2)	$5,84E-3$	-14%	-10%	2,078	-29%	-39%
PdFct3 (2,5)	$5,05E-3$	-16%	-15%	1,984	-31%	-36%
PdFct4 (3,3)	$3,79E-3$	-11%	-9%	1,953	-36%	-39%
<b>Geom2</b>						
PdFct1 (1,9)	$10,13E-3$	-19%	-12%	0,838	-19%	-45%
PdFct2 (4,1)	$4,75E-3$	-4%	7%	0,739	-27%	-46%
PdFct3 (2,6)	$9,47E-3$	-13%	-5%	1,620	-36%	-42%
PdFct4 (4,9)	$4,16E-3$	-9%	13%	0,750	-33%	-48%
PdFct5 (5,3)	$4,37E-3$	4%	28%	1,314	-15%	-32%
<b>Geom3</b>						
PdFct1 (5,9)	$1,43E-3$	84%	85%	1,497	-19%	-19%
PdFct2 (3,8)	$2,24E-3$	71%	58%	1,488	-3%	-10%
PdFct3 (4,5)	$2,16E-3$	51%	51%	1,487	-11%	-13%
<b>Geom4</b>						
PdFct1 (2)	$8,65E-3$	-16%	-11%	1,855	-7%	-24%
<b>Geom5</b>						
PdFct1 (2,7)	$9,36E-3$	-13%	-6%	1,028	47%	5%

cace du point de vue de la fuite. Lorsque l'on élimine les calculs sur la Géométrie #3, pour lesquels les erreurs sont plus importantes que dans les autres cas, l'erreur sur le débit est comprise dans l'intervalle [-20%; 3%] pour la CFD et [-18%; 28%] pour le programme semi-empirique. Bien que le résultat donné par la CFD soit souvent moins proche du résultat expérimental que le résultat semi-empirique, il s'étale moins. Quant au moment exercé sur le rotor, les calculs semi-empiriques et numériques donnent des valeurs inférieures aux valeurs expérimentales (sauf pour le dernier calcul) et les erreurs sont plus importantes que pour le débit. La plage des erreurs par rapport aux résultats expérimentaux est [-36%; -3%] pour la CFD et [-48%; -10%]

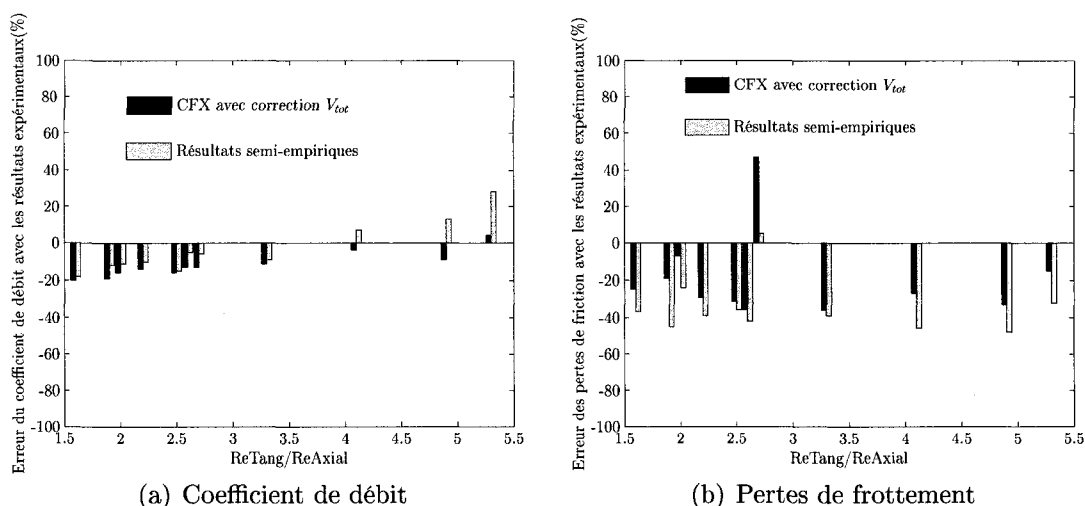


FIGURE 4.3 Comparaison des coefficients de débit et des pertes de frottement, semi-empiriques et numériques (calculés avec les CL de pression), en pourcentages des résultats expérimentaux.

pour le programme semi-empirique, en éliminant le dernier calcul. On note aussi que la CFD donne, dans la plupart des cas, des résultats plus proches des résultats expérimentaux que le programme semi-empirique.

Sur les graphiques de la Figure 4.3, on visualise la répartition des erreurs des coefficients de débit (voir définition à la section précédente) et des pertes de frottement numériques et semi-empiriques, par rapport aux résultats expérimentaux (comme dans la section précédente, on ne représente pas les résultats des calculs sur la Géométrie #3, pour avoir une meilleure vision de la tendance générale). Pour le coefficient de débit, les valeurs numériques et semi-empiriques sont proches pour les rapports  $Re_T/Re_{Ax}$  inférieurs à 3, mais le résultat numérique est plus précis pour les rapports  $Re_T/Re_{Ax}$  plus grands.

Remarque : Pour les calculs sur la Géométrie #3, le programme semi-empirique et la CFD donnent tous deux une mauvaise estimation du débit. Les écarts beaucoup plus importants obtenus avec cette géométrie, par rapport aux résultats obtenus avec les quatre autres géométries, pourraient être dus à un phénomène de cavitation. En effet, le jeu est plus petit pour cette géométrie que pour les autres, et la vitesse dans



le joint étant donc plus élevée, le risque de cavitation est plus important. Cependant, la solution semi-empirique et la solution numérique, lorsque l'on modélise le réservoir en entrée de façon simplifiée, indiquent que la cavitation n'apparaît pas. Une erreur plus grande des mesures expérimentales effectuées sur la Géométrie #3 pourrait aussi expliquer ces écarts importants.

TABLEAU 4.4 Comparaison des pertes totales semi-empiriques et numériques aux résultats expérimentaux.

Point de fonctionnement ( $ReT/ReAx$ )	Pertes énergétiques totales (kW)		
	exp.	num.	semi-emp.
<b>Geom1</b>			
PdFct1 (1,6)	4,676	-22%	-27%
PdFct2 (2,2)	3,324	-23%	-28%
PdFct3 (2,5)	2,840	-26%	-29%
PdFct4 (3,3)	2,423	-31%	-33%
<b>Geom2</b>			
PdFct1 (1,9)	1,569	-19%	-29%
PdFct2 (4,1)	0,876	-24%	-37%
PdFct3 (2,6)	2,365	-29%	-30%
PdFct4 (4,9)	0,838	-30%	-41%
PdFct5 (5,3)	1,475	-14%	-27%
<b>Geom3</b>			
PdFct1 (5,9)	1,816	-1%	0%
PdFct2 (3,8)	2,321	24%	21%
PdFct3 (4,5)	2,047	12%	10%
<b>Geom4</b>			
PdFct1 (2)	3,585	-10%	-17%
<b>Geom5</b>			
PdFct1 (2,7)	1,828	21%	0%

Finalement, dans le Tableau 4.4, on rapporte les pertes totales (somme de la perte de fuite et de la perte de frottement, homogène à une puissance) numériques et semi-empiriques, et l'erreur associée par rapport aux résultats expérimentaux. Cette erreur est influencée par l'erreur sur le débit et sur le moment. Pour tous les calculs, à

l'exception des calculs sur les Géométries #3 et #5, on sous-estime les pertes totales. La CFD donne généralement des valeurs plus proches des valeurs expérimentales, car l'erreur sur le moment est plus faible numériquement. La plage des erreurs par rapport aux résultats expérimentaux est [-31%; -10%] pour la CFD et [-41%; -10%] pour le programme semi-empirique, en éliminant les calculs sur les Géométries #3 et #5.

#### 4.1.3 Analyse critique

Les différences obtenues entre les résultats CFD et les résultats expérimentaux peuvent paraître importantes à première vue. Par exemple, on voit sur le graphique 4.3(a) que les erreurs sur le coefficient de débit atteignent 20%, alors que l'incertitude expérimentale sur cette valeur est seulement de 4%. Mais cette valeur de l'incertitude ne prend en compte que les incertitudes de mesure, et d'autres facteurs, comme une excentricité non contrôlée ou des effets dynamiques, affectent aussi peut-être le résultat expérimental. De plus, on note que les valeurs numériques pour la perte de fuite sont proches des valeurs semi-empiriques données par le programme (voir Tableau 4.3 et Figure 4.3(a)), qui a été corrélé à un grand nombre de résultats expérimentaux pour le calcul des pertes de fuite. Pour les rapports  $ReT/ReAx$  supérieurs à 3, la CFD est plus précise que le programme semi-empirique, qui n'a peut-être pas été corrélé pour de grandes valeurs du rapport  $ReT/ReAx$ , qui sont moins courantes. Pour les valeurs des pertes de frottement, la Figure 4.3(b) montre que les valeurs numériques sont plus proches des valeurs expérimentales que ne le sont les valeurs semi-empiriques du programme, qui n'a pas été corrélé aux valeurs expérimentales pour le calcul du moment exercé sur le rotor. Sur cette même figure, on observe aussi que les valeurs numériques du moment exercé sur le rotor sont inférieures aux valeurs expérimentales, ce qui peut s'expliquer par le fait que la rugosité n'est pas modélisée.

De plus, les résultats semi-empiriques du programme pour l'estimation de la fuite existent sous la forme d'un graphique adimensionnel. Ce graphique relie le gradient de pression adimensionnel (dont l'expression est :  $(\text{jeu}^3 \Delta P)/(\text{longueur} \mu \nu)$ ,  $\mu$  et  $\nu$  étant la viscosité dynamique et cinématique de l'eau) au nombre de Reynolds axial pour plusieurs valeurs du nombre de Reynolds tangentiel. On y juxtapose les mesures expérimentales (Figure 4.4) et les résultats numériques (Figure 4.5(a) avec la correction basée sur la vitesse  $V_{ax}$  et 4.5(b) avec la correction basée sur la vitesse  $V_{tot}$ ) des cas tests simulés dans les deux sections précédentes. Les nombres de Reynolds tangentiels des cas simulés étant compris entre  $6 \cdot 10^3$  et  $1,8 \cdot 10^4$ , les points correspondants aux cas que l'on a simulés devraient se trouver au niveau ou au dessus de la courbe supérieure en trait plein sur le graphique (qui représente le résultat semi-empirique pour un nombre de Reynolds tangentiel de  $1,687 \cdot 10^4$ ). En comparant les graphes représentant les résultats numériques avec la correction basée sur la vitesse  $V_{ax}$  et la correction basée sur la vitesse  $V_{tot}$  (Figure 4.5), on observe que la correction ba-

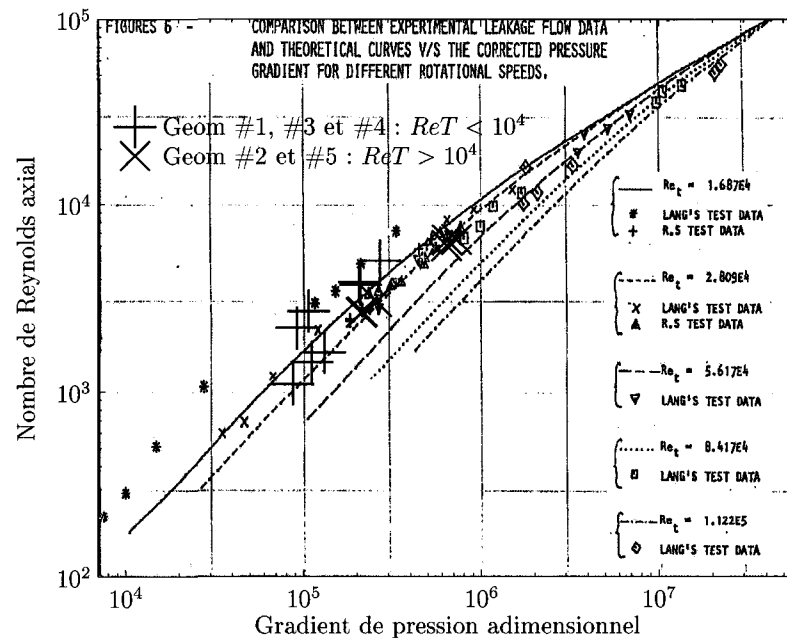


FIGURE 4.4 Mesures expérimentales sur le graphe semi-empirique adimensionnel pour la fuite (graphique extrait de Vu (1978)a).

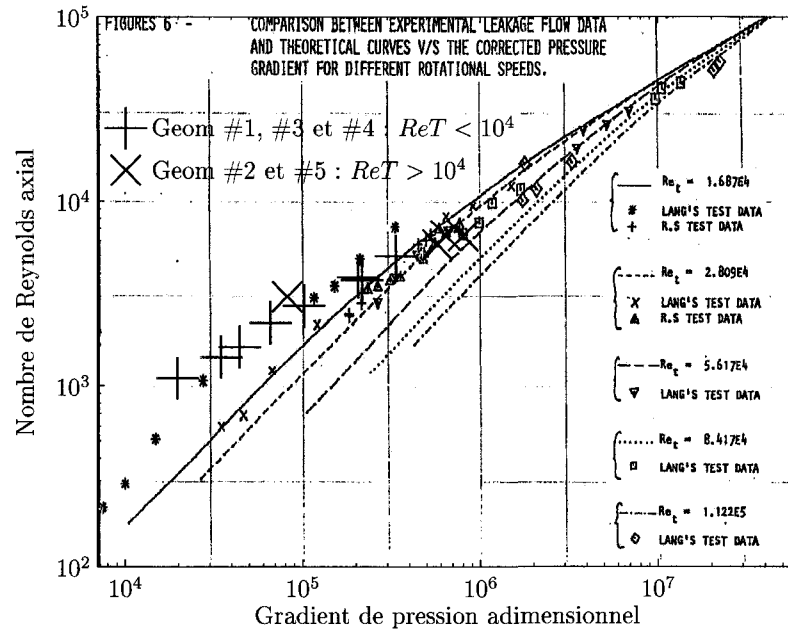
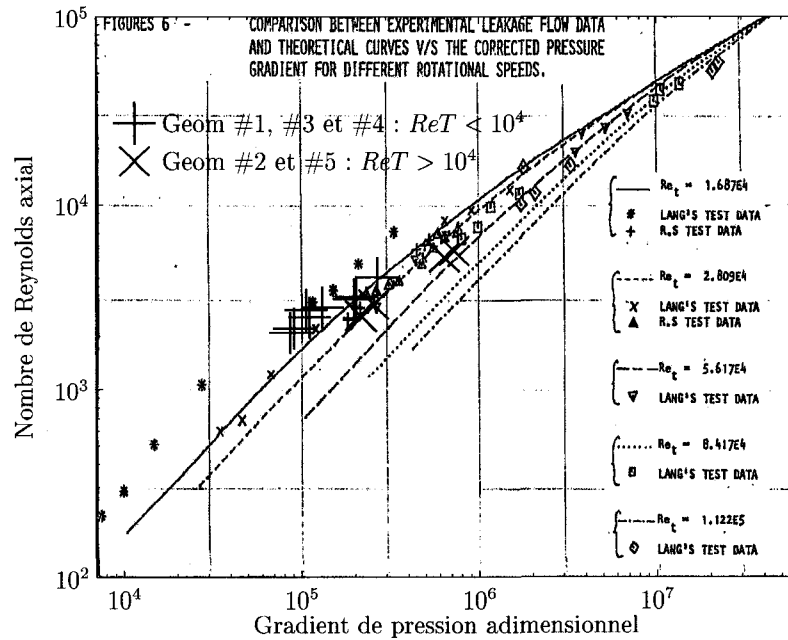
(a) Correction à la sortie basée sur la vitesse  $V_{ax}$ (b) Correction à la sortie basée sur la vitesse  $V_{tot}$ 

FIGURE 4.5 Résultats numériques sur le graphe semi-empirique adimensionnel pour la fuite (graphique extrait de Vu (1978)a).

sée sur la vitesse  $V_{tot}$  permet de mieux suivre la courbe semi-empirique pour les plus faibles valeurs du nombre de Reynolds axial, c'est à dire quand le rapport  $ReT/ReAx$  est plus grand. La correction basée sur la vitesse  $V_{tot}$  donne donc des résultats plus proches de la solution semi-empirique que la correction basée sur la vitesse  $V_{ax}$ .

De plus, on remarque que les résultats expérimentaux sont plus éparpillés sur le graphique que les résultats numériques avec la correction basée sur la vitesse  $V_{tot}$ , qui suivent assez bien une courbe imaginaire. Sur la Figure 4.4, on observe en effet que des points correspondant à des nombres de Reynolds tangentiels inférieurs à  $10^4$  sont situés en dessous de la première ligne, correspondant au résultat semi-empirique pour le nombre de Reynolds tangentiel de  $1,687 \cdot 10^4$ . Ces points situés trop bas sur le graphique semi-empirique correspondent aux essais sur la Géométrie #3, essais qui ont peut-être souffert d'une perturbation, ce qui expliquerait l'écart observé. Au contraire, pour le résultat numérique, on observe sur la Figure 4.5(b) que les points correspondant à des nombres de Reynolds inférieurs à  $10^4$  sont bien situés au dessus des points correspondant à des nombres de Reynolds supérieurs à  $10^4$ .

En conclusion, bien que les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux soient importants, on constate que la CFD est plus précise que le programme semi-empirique, en particulier pour les rapports  $ReT/ReAx$  élevés et pour le calcul du moment. Une meilleure précision des résultats numériques, par rapport aux résultats expérimentaux, pourrait être obtenue en estimant plus précisément les pertes de charge dans les réservoirs et en utilisant un modèle de rugosité adéquat.

#### **4.1.4 Comparaison du modèle numérique et semi-empirique sur des joints droits d'un prototype de roue**

Dans le paragraphe précédent, on a utilisé des géométries de joints droits correspondant à des modèles d'essai testés en laboratoire. On utilise dans ce paragraphe des

géométries réelles de joints droits, correspondant à un prototype de roue de l'installation Churchill Falls<sup>1</sup>. Puisque l'on ne possède pas de résultats expérimentaux pour ces joints, on compare seulement le modèle numérique au modèle semi-empirique, pour vérifier que l'on retrouve les mêmes tendances observées dans le paragraphe précédent avec les géométries d'essai.

Les géométries des joints droits modélisés, ainsi que les points de fonctionnement associés et le maillage parabolique utilisé, sont décrits dans le Tableau 4.5 (la Section 2.3.2 détaille la signification des paramètres du maillage). On utilise deux valeurs différentes de jeu (0, 508mm et 1, 778mm), ainsi que plusieurs longueurs de joint. Quant aux conditions de fonctionnement, on ne connaît que la différence de pression aux bornes du joint ( $\Delta P$ ), et le débit est inconnu. Pour les calculs numériques, on reprend le même modèle CFD utilisé précédemment, avec les conditions aux limites de pression. En sortie, on utilise la correction basée sur la vitesse totale (voir Section 3.3.2 pour plus de détails sur les conditions aux limites), mais on choisit d'utiliser une autre géométrie de réservoir en entrée du joint. On présente, dans un premier temps, la nouvelle modélisation du réservoir en entrée. On étudie ensuite la cavitation, en comparant les critères de prédiction semi-empirique et numérique. Finalement, on compare la CFD et le programme semi-empirique pour la prédiction des pertes énergétiques.

#### 4.1.4.1 Modélisation d'un réservoir à l'entrée de type RSS

Dans le Chapitre 3, on a utilisé une modélisation simplifiée des réservoirs en amont et en aval du montage expérimental. Mais cette modélisation s'est avérée trop éloignée de la réalité pour pouvoir estimer de façon précise les pertes de charge en amont et en aval du joint, et des corrections semi-empiriques ont été utilisées à la place.

---

<sup>1</sup>Les dimensions des joints de ce prototype, ainsi que les conditions de fonctionnement associées, ne correspondent pas exactement aux valeurs utilisées pour l'installation finale, mais sont des valeurs qui ont été testées lors de l'étude de la roue. On ne possède pas les autres dimensions du prototype que celles fournies dans le Tableau 4.5 pour le joint.

TABLEAU 4.5 Géométries et points de fonctionnement des joints droits de la roue Churchill Falls.

Géométries				
Geom	Jeu	Longueur	Rayon rotor	Rapport jeu/rayon
CF1	0,508mm	100mm	2,2352m	0,00023
CF2	0,508mm	250mm	2,2352m	0,00023
CF3	1,778mm	50mm	2,2352m	0,0008
CF4	1,778mm	100mm	2,2352m	0,0008
CF5	1,778mm	150mm	2,2352m	0,0008

Point de fonctionnement					
Geom	$\Delta P$ (Pa)	$\bar{T}$ °C	$\Omega$ (rpm)	$ReT$	$Ta$
CF1 et CF2	1,5543E6	16	200	2,12E4	316
CF3, CF4 et CF5	1,5543E6	16	200	7,43E4	2068

Maillage utilisé						
$h_{min}$ (mm)	$n_{jeu}$	$l_{ax}$ (mm)	max. Ax. RF	$l_{tang}$ (mm)	max. Tang. RF	$n_{tang}$
0,001	100	0,2	200	0,0635	64	1

Dans le cas des joints droits que l'on modélise maintenant, nous ne réalisons pas de comparaison à des résultats expérimentaux. On peut donc modéliser les réservoirs de façon différente, en s'inspirant de la configuration réelle de la partie en amont d'un joint dans un prototype de roue. On s'inspire donc de la géométrie d'un « rotor side space » (RSS), partie en amont du joint d'une roue de turbine Francis, dont un schéma est présenté dans l'article Staubli et Bissig (2002). La Figure 4.6 montre la manière dont on modélise le réservoir en amont. Deux paramètres contrôlent la géométrie : la hauteur  $H$  et la largeur  $L$ . Varier ces paramètres ne modifie pas significativement le résultat et, comme dans le cas des réservoirs simulés à la Section 3.2.2, on utilise un réservoir de dimension de l'ordre de dix fois le jeu radial.

Le maillage uniforme du réservoir est fait de façon plus grossière que le joint ( $y+ > 2$ )

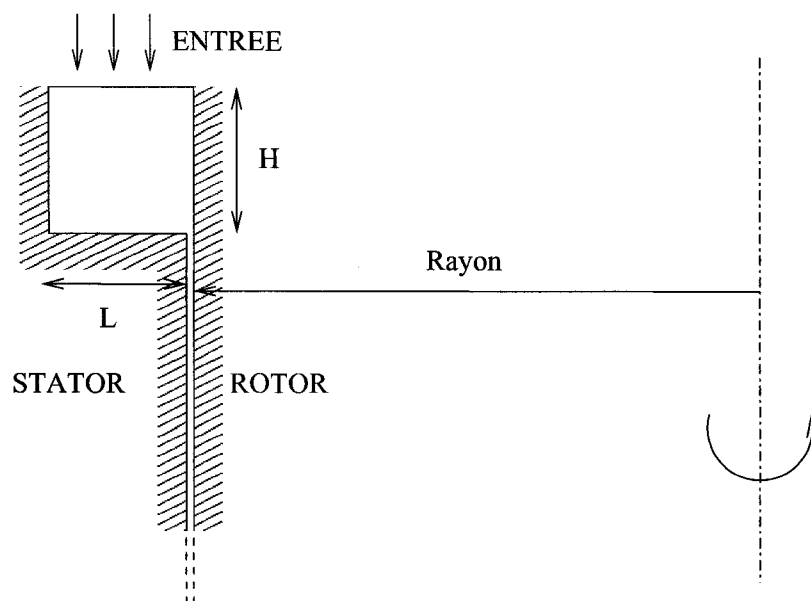


FIGURE 4.6 Schéma du réservoir de type RSS en amont du joint.

car les pertes  $y$  sont négligeables, la plupart des pertes ayant lieu dans la vena contracta à l'entrée du joint. La partie du réservoir située dans le prolongement du joint, est maillée aussi finement que le joint lui-même. On a donc de petites valeurs de  $y+$  sur la partie du rotor située dans le réservoir, partie qui entraîne le fluide en rotation avant son entrée dans le joint.

Pour les géométries modélisées, présentées au Tableau 4.5, la largeur et la hauteur du réservoir valent 10 fois le jeu (5mm pour les Géométries CF1 et CF2 et 18mm pour les Géométries CF3, CF4 et CF5) et la taille uniforme des mailles vaut 0,05mm dans la largeur du réservoir et 0,2mm dans la hauteur du réservoir. Comme on l'a mentionné à la Section 3.3, on impose la pression totale en entrée sans coefficient de perte lorsque l'on modélise le réservoir, la perte ayant lieu dans le domaine de calcul.

Nous modélisons seulement le réservoir en entrée, car on a vu dans la Section 3.2.2 que la convergence est mauvaise lorsque l'on utilise un réservoir à la sortie. La modélisation du réservoir en amont du joint permet d'obtenir des conditions aux limites en entrée du joint plus réalistes, puisque le fluide est déjà en rotation lorsqu'il entre



dans le joint. En particulier, cette caractéristique de l'écoulement réduit la valeur du moment exercé sur le rotor par rapport au cas sans réservoir (voir Tableau 4.7 à la Section 4.1.4.2.2). De plus, la présence du réservoir à l'entrée du joint permet d'observer numériquement la vena contracta à l'entrée du joint. On peut ainsi vérifier que la cavitation n'apparaît pas, en mesurant la pression minimale au niveau de la vena contracta et en la comparant à la pression de vapeur saturante.

#### **4.1.4.2 Comparaison des résultats semi-empiriques et numériques**

##### *4.1.4.2.1 Prédiction de la cavitation*

Comme on l'a présenté dans la revue de littérature au Chapitre 1.1.1, le programme semi-empirique pour les joints droits utilise un critère analytique pour prédire s'il y a ou non cavitation dans la vena contracta à l'entrée du joint. Numériquement, on compare simplement la valeur de pression la plus faible dans le domaine à la pression de vapeur saturante, mais on observe en effet que la pression est minimale au niveau de la vena contracta à l'entrée du joint, lorsqu'il y a cavitation. Ainsi, on compare dans le Tableau 4.6 les valeurs numériques et semi-empiriques de la pression minimale, qui se trouve à l'entrée du joint. Ces pressions ont été obtenues en considérant 310kPa comme valeur de la pression derrière la roue Churchill Falls (21,34 mètres d'eau, auquel on ajoute la pression atmosphérique comme dans le programme). On ne donne pas de résultats pour les Géométries CF1 et CF2 car la pression dans la vena contracta est supérieure à la pression à la sortie du joint, et la cavitation ne peut donc pas apparaître pour ces cas là. On observe que les valeurs numériques de la pression minimale dans la vena contracta sont inférieures aux valeurs semi-empiriques.

Ceci s'explique par le fait que le programme semi-empirique vérifie seulement si la cavitation apparaît à l'intérieur de la vena contracta. Or, on observe avec la simulation numérique que la pression est numériquement plus faible dans la zone de recirculation

au niveau de la vena contracta, que dans la vena contracta elle-même. La Figure 4.7 représente la distribution numérique de la pression statique au niveau de la vena contracta, en ayant imposé la pression statique moyenne nulle en sortie du joint. Le trait noir marque la limite entre la zone de recirculation et la vena contracta. On voit, avec l'aide de la légende, qu'il y a approximativement une différence de 600kPa entre la pression minimale dans le domaine ( $-1170\text{kPa}$ ), située juste au coin de l'entrée du joint, et la pression minimale dans la vena contracta ( $-564\text{kPa}$ ), au niveau du trait de séparation entre la vena contracta et la zone de recirculation.

TABLEAU 4.6 Valeurs numériques et semi-empiriques de la pression minimale à l'entrée du joint.

Geom	$P_{min}$ dans le joint (kPa)	
	Numérique	Semi-empirique
CF3	-860	-690
CF4	-414	-320
CF5	-79	400

La différence entre les valeurs numériques et semi-empiriques de la pression minimale dans le joint se situe entre 100kPa et 400kPa. Ces écarts sont bien du même ordre de grandeur que la différence entre la pression numérique minimale dans la vena contracta et la pression numérique minimale dans la zone de recirculation, observée sur la Figure 4.7 (600kPa environ). Expérimentalement, chez Andritz VAtch, l'apparition de la cavitation a été observée alors que le programme semi-empirique ne la prédisait pas encore. Les résultats numériques concordent avec cette observation expérimentale, et la différence de pression observée numériquement entre la vena contracta et la zone de recirculation explique l'écart entre l'expérience et la prédiction du programme semi-empirique.

En considérant 2000Pa comme valeur de la pression de vapeur saturante pour l'eau à  $16^\circ\text{C}$ , on note que la CFD et le programme semi-empirique prédisent tous les

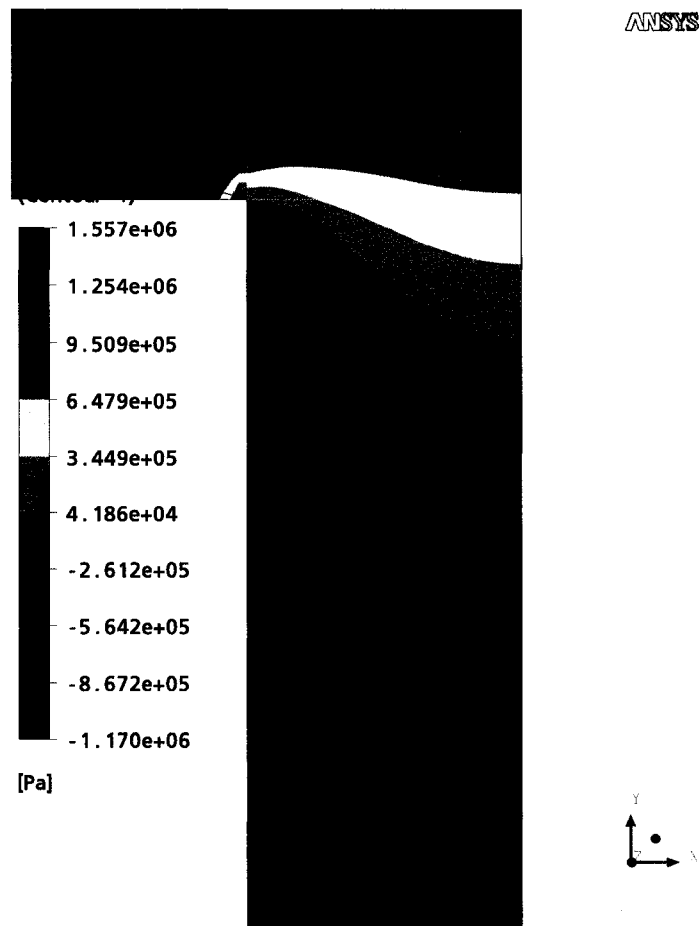


FIGURE 4.7 Champ de pression au niveau de la vena contracta avec la Géométrie CF3, en imposant la pression statique moyenne nulle en sortie du joint.

deux la cavitation pour les Géométries CF3 et CF4, mais seulement la CFD prédit la cavitation pour la Géométrie CF5. Pour finir, notons que les Géométries CF1 et CF2, pour lesquelles il n'y a pas de cavitation, sont beaucoup plus efficaces énergétiquement que les Géométries CF3, CF4 et CF5 (voir Tableau 4.7 présentant les pertes totales). Ainsi, dans cet exemple, la cavitation n'apparaît pas pour le joint le plus efficace énergétiquement. Mais on verra que, dans le cas des joints escalier, la cavitation apparaît pour les géométries les plus efficaces énergétiquement. Son apparition peut alors être le facteur limitant à l'optimisation géométrique, et la prédiction précise du phénomène sera donc importante.

#### 4.1.4.2.2 *Prédiction des pertes énergétiques*

Les résultats numériques et semi-empiriques pour la fuite et le moment sont donnés dans le Tableau 4.7. On retrouve bien les observations faites lors de la comparaison aux cas expérimentaux : les valeurs semi-empiriques et numériques de débit sont proches, alors que les valeurs des pertes de frottement diffèrent plus et sont toujours plus élevées numériquement. Cependant, on observe que la différence entre les valeurs numériques et semi-empiriques du moment est plus importante avec ces cinq joints droits de prototype de roue (jusqu'à plus de 100%) que pour les géométries testées en laboratoire (différence de 50% au maximum).

Lorsque l'on modélise le réservoir en entrée, on observe que le débit est plus grand, par rapport au cas sans réservoir. On observe que les différences ne dépassent pas 10% de la valeur absolue du débit. Comme on l'a déjà mentionné à la Section 3.2.4.1, cela s'explique par le fait que la rotation du rotor fournit de l'énergie au fluide avant son entrée dans le joint, ce qui réduit la perte de charge à l'entrée. De plus, le frottement numérique est plus faible avec le réservoir que sans réservoir, puisque le fluide est déjà en rotation lorsqu'il rentre dans le joint, et les différences entre les pertes de frottement numériques avec et sans réservoir sont faibles, comparées aux différences avec les pertes de frottement semi-empiriques.

## 4.2 Validation de la CFD pour les joints labyrinthe

La Figure 1(b) en introduction présente le schéma de la géométrie d'un joint labyrinthe avec une seule cavité. Dans ce type de joint, on distingue la cavité de la partie inter-cavité (morceaux de joints droits entre les cavités). Dans les années 60 et 70, les joints labyrinthe ont fait l'objet d'une campagne d'essais chez AndritzVATech (rapport D.E.W. Lang (1964)) ainsi que l'objet d'une étude semi-empirique (rapport D.E.W Vu (1978)b). Dans cette partie, on confronte la CFD sur un joint labyrinthe,

TABLEAU 4.7 Comparaison des résultats semi-empiriques et numériques pour la fuite et le moment sur les joints droits de la roue Churchill Falls.

Geom	Débit semi- empirique ( $m^3/s$ )	Débit numérique ( $m^3/s$ )		Pertes de frottement semi- empirique (MW)	Pertes de frotte- ment numérique (MW)	
		Avec res.	Sans res.		Avec res.	Sans res.
CF1	0,1809	1,4%	-1,5%	0,145	48%	53%
CF2	0,1075	2,0%	0,7%	0,3095	5%	8%
CF3	1,109	0,2%	-7,8%	0,0798	112%	127%
CF4	1.052	-4%	-10%	0.155	93%	101%
CF5	0,8430	10,9%	4.4%	0,2060	97%	103%

aux résultats expérimentaux et semi-empiriques, sur deux géométries différentes.

#### 4.2.1 Essais sur les joints labyrinthe

La campagne d'essais sur les joints labyrinthe (voir Vu (1978)b) a été faite avec différents paramètres géométriques et différentes conditions de fonctionnement, comme le jeu radial, compris entre 0,635mm et 2,54mm (0,025in à 0,1in), la longueur du joint, comprise entre 101,6mm et 203,2mm (4in à 8in), la chute de pression et la vitesse de rotation du disque (comprise entre 0rpm et 1200rpm). Le rayon du disque vaut environ 230mm et toutes les géométries testées ne possèdent qu'une seule cavité. Les résultats concernant la fuite pour les vitesses de rotation 600rpm et 1200rpm sont présentés sous forme d'un graphe adimensionnel reliant la différence de pression et le débit. Par contre, on n'a pas de résultats concernant les pertes de frottement et on ne pourra donc pas les comparer.

On confronte la CFD sur un joint labyrinthe aux résultats semi-empiriques et expérimentaux pour deux géométries : la Géométrie #1, correspondant au cas test 1805 et la Géométrie #2, correspondant au cas test 1919, dans le rapport Vu (1978)b. Ces deux

TABLEAU 4.8 Géométries de joints labyrinthe, et plage expérimentale de fonctionnement.

Géométrie					
	Jeu (mm)	Rayon rotor (mm)	jeu/rayon	Longueur du joint (mm)	Dimensions de la cavité (mm)
Geom1	0,635	228,6	0,0028	127	Largeur=25,4 Hauteur=3,175
Geom2	2,54	228,6	0,011	203,2	Largeur=101,6 Hauteur=10,16

Plage de fonctionnement expérimental					
Geom	$\Delta P$ (Pa)	$ReAx$	$\Omega$ (rpm)	$ReT$	$Ta$
1	0,47E5 - 8,62E5	2500-15000	<b>600</b>	9203	487
1	0,47E5 - 8,62E5	1800-14000	<b>1200</b>	18463	973
2	0,47E5 - 7,64E5	15000-60000	<b>600</b>	36926	3892
2	0,47E5 - 7,64E5	15000-60000	<b>1200</b>	73852	7785

géométries et les points de fonctionnement associés sont décrits dans le Tableau 4.8 (les abréviations utilisées dans le tableau sont détaillées à la Section 4.1). Pour chaque vitesse de rotation, on simule numériquement 5 points de fonctionnement différents, situés à l'intérieur de la plage de fonctionnement expérimental décrite dans le tableau.

#### 4.2.2 Simulation numérique pour un joint labyrinthe

On reprend le modèle CFD présenté au Chapitre 2, avec les conditions aux limites présentées au Chapitre 3. Comme dans le cas du joint droit, on ne modélise pas les réservoirs en amont et en aval du joint, et on utilise les corrections estimant les pertes de charge en entrée et en sortie du joint (voir Section 3.2.1). De plus, on doit s'assurer que le maillage est suffisamment fin aux parois ( $y^+ < 2$ ). La Figure 4.8 présente le schéma de la géométrie d'un joint labyrinthe avec une seule cavité, ainsi qu'un détail du maillage utilisé.

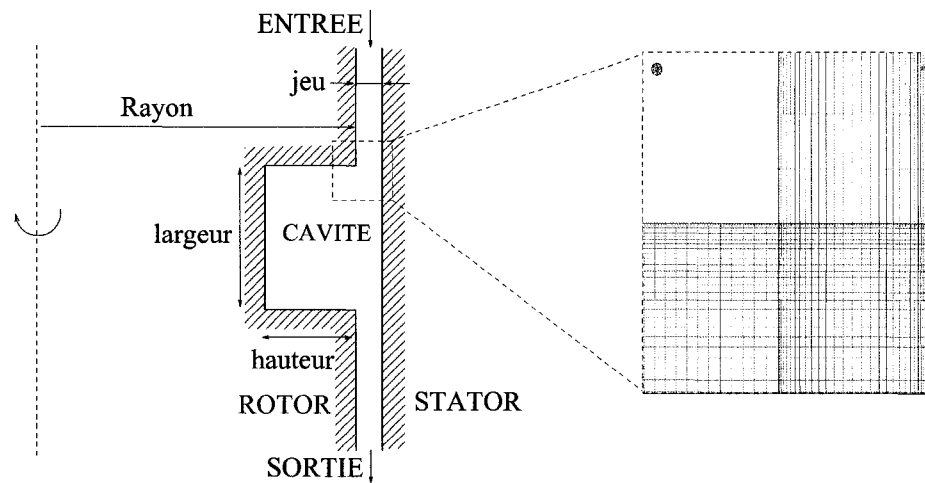


FIGURE 4.8 Schéma de la géométrie d'un joint labyrinthe avec une cavité, avec un détail du maillage.

On maille les zones entre les cavités de la même manière qu'un joint droit, en utilisant une distribution parabolique. En effet, on a vu lors du test du maillage pour le joint droit, que cette dernière permettait de maintenir les valeurs de  $y^+$  en dessous de 2, tout en limitant le nombre total de mailles, et que l'on obtenait une bonne convergence du calcul. On utilise donc aussi des distributions paraboliques pour le maillage de la cavité, avec la même valeur sur toutes les parois (rotor et stator) pour la distance de la première maille à la paroi. L'utilisation d'une distribution parabolique dans la largeur de la cavité crée un saut brutal de la taille des mailles dans la direction axiale à l'entrée de la cavité : les rapports de taille à ce niveau sont de 200, avec les maillages utilisés dans la suite, mais cela ne gêne pas la convergence. De plus, on spécifie la taille maximale des mailles dans la largeur et la hauteur de la cavité et l'extrusion est contrôlée par les mêmes paramètres que pour le joint droit. Les paramètres pour le maillage du joint labyrinthe sont donc les suivants :

- distance de la première maille à la paroi pour le contrôle du  $y^+$
- nombre de mailles dans la largeur du jeu
- taille d'arête dans la longueur du jeu
- tailles maximales des mailles dans la largeur et dans la hauteur de la cavité

– angle d’extrusion et nombre de mailles à extruder dans cette portion d’angle

Le Tableau 4.9 présente le maillage parabolique utilisé avec chaque géométrie. Les notations utilisées pour désigner les paramètres du maillage sont les mêmes que celles utilisées dans le Tableau 2.2 du Chapitre 2 à la page 31. De plus, on note respectivement  $L_{larg}$  et  $L_{haut}$ , la taille maximale des mailles dans la largeur et dans la hauteur de la cavité. Ces maillages donnent des valeurs de  $y+$  inférieures à 2 pour tous les points de fonctionnement simulés.

TABLEAU 4.9 Maillages paraboliques utilisés avec les deux géométries de joints labyrinthe.

	$h_{min}$ (mm)	$n_{jeu}$	$l_{ax}$ (mm)	max. Ax. RF	$l_{tang}$ (mm)	max. Tang. RF	$L_{larg}$ (mm)	$L_{haut}$ (mm)
Geom1	0,002	100	0,2	100	0,254	127	0,2	0,2
Geom2	0,001	100	0,5	500	0,254	254	0,5	0,1

#### 4.2.2.1 Étude de la convergence du calcul

Comme on le voit sur la Figure 4.9(a), le calcul numérique, avec les conditions aux limites de débit, converge plus lentement et de façon moins régulière que dans le cas du joint droit (voir Figure 2.4 à la page 33 pour le graphe de convergence d’un calcul sur un joint droit). Cela semble logique puisque l’écoulement est plus complexe, avec la zone de recirculation dans la cavité. En augmentant le pas de temps calculé automatiquement par CFX11 (on choisit un TimeScaleFactor entre 2 et 4) pour accélérer la convergence, 200 à 300 itérations sont nécessaires pour obtenir une différence de pression convergée et les maxima des résidus inférieurs à  $10^4$ . On remarque aussi, comme dans le cas du joint droit, que la convergence est moins bonne avec les conditions aux limites de pression qu’avec les conditions aux limites de débit : on observe des oscillations plus fortes et la convergence est plus lente.

De plus, on note une légère oscillation de la différence de pression ou du débit lorsque



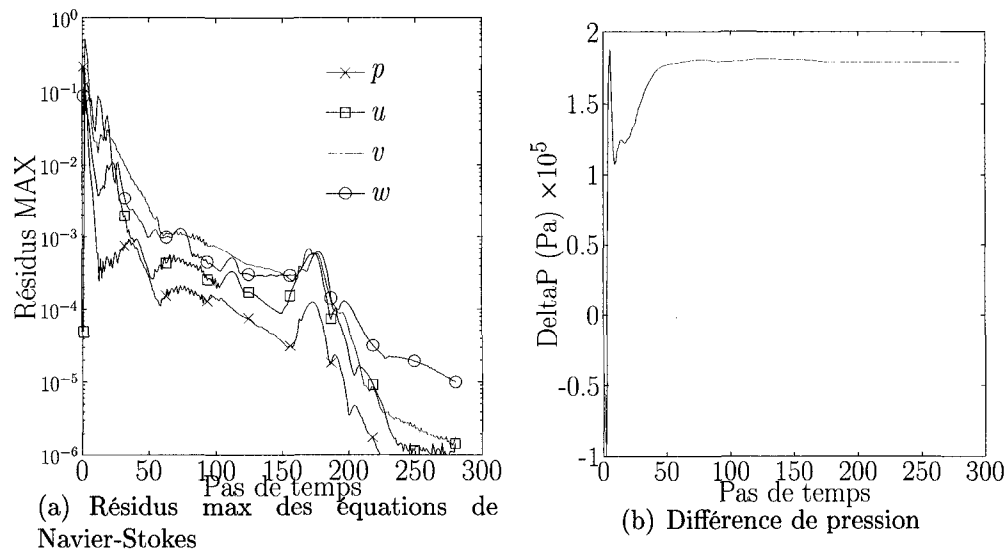


FIGURE 4.9 Convergence du calcul sur la Géométrie #1 avec les CL de débit, un Reynolds axial de 4900 et la vitesse de rotation 600 rpm.

l'on utilise les conditions aux limites de débit ou de pression, respectivement (voir Figure 4.9(b)). Ces oscillations pourraient être dues à une instationnarité caus  e par l'apparition de vortex de Taylor, qui se déplacent dans la longueur du joint, entraînés par l'écoulement axial. En effet, sur la Figure 4.10, on observe que certains points de fonctionnement simulés sont proches, ou même à l'intérieur, de la zone de formation des vortex de Taylor.

Pour vérifier que le modèle CFD utilisé peut capter les vortex de Taylor, on simule un écoulement de Couette en gardant la même géométrie et en supprimant l'écoulement axial et donc l'instationnarité. Les points simulés se trouvent alors sur l'axe des abscisses sur le graphe de la Figure 4.10, et donc largement à l'intérieur du domaine de formation des vortex de Taylor, pour les deux vitesses de rotation du rotor (600rpm et 1200rpm). L'analyse des résultats numériques montre que les vortex apparaissent à la fois dans la cavité et dans la partie inter-cavité : sur la Figure 4.11, qui représente le champ des vecteurs vitesse dans le plan de symétrie, on observe deux vortex de Taylor dans la cavité.

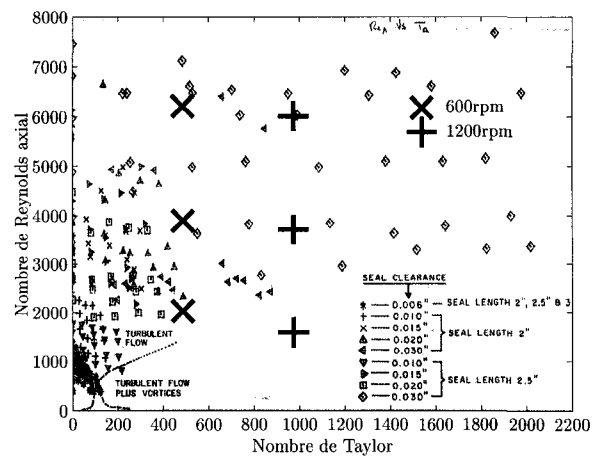


FIGURE 4.10 Position des calculs numériques avec les CL de pression sur la Géométrie #1, avec les deux vitesses de rotation 600rpm et 1200rpm, sur le graphe du domaine des vortex de Taylor (graphe extrait de Vu (1976)).

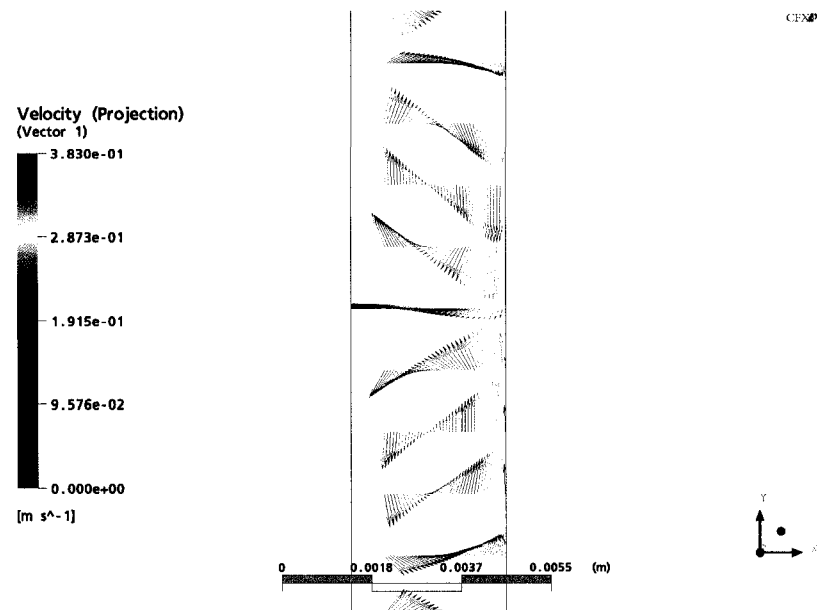


FIGURE 4.11 Champ de vitesse dans la cavité de la Géométrie #1 pour l'écoulement de Couette à 600rpm.

#### 4.2.2.2 Étude de la turbulence

Les conditions aux limites de turbulence ont une influence limitée : entre des valeurs d'intensité de turbulence en entrée de 1% et 10%, l'erreur du débit par rapport au

résultat expérimental varie seulement de 2%, lorsque l'on utilise les conditions aux limites de pression. Cette influence serait encore plus faible sur plusieurs cavités.

De plus, en utilisant les conditions aux limites de débit et une rotation de 600rpm, on a mesuré les valeurs moyennes de la turbulence dans la partie intercavité et dans la cavité pour cinq points de fonctionnement avec la Géométrie #1, pour lesquels le nombre de Reynolds est compris entre 2500 et 15000 :

- Intercavité avant la sortie du joint : Intensité  $\simeq$  7% et Longueur de mélange  $\simeq$  0.3mm (la moitié du jeu).
- Milieu de la cavité : Intensité varie entre 10% et 20% et la longueur de mélange varie entre 1mm et 0,7mm.

Numériquement, la turbulence est donc plus forte dans la cavité que dans les parties intercavités et on retrouve les mêmes ordres de grandeur des quantités turbulentes dans l'inter-cavité que dans le joint droit.

#### 4.2.2.3 Influence de la rotation

On observe sur le graphe adimensionnel des Figures 4.12(a) et 4.13(a) que le joint est plus efficace du point de vue de la fuite pour la vitesse de rotation 1200rpm que pour la vitesse 600rpm, car le débit est plus faible pour une même différence de pression. On note également que cette tendance s'atténue lorsque la chute de pression augmente. On a aussi simulé l'écoulement axial sans la rotation et avec les conditions aux limites de débit, et on observe bien que la chute de pression est plus faible que lorsque l'on modélise la rotation.

Ces observations sont cohérentes avec les résultats expérimentaux de Waschka *et al.* (1992) sur l'influence de la vitesse de rotation dans des joints labyrinthe. Les auteurs observent en effet une diminution du coefficient de débit lorsqu'ils augmentent la vitesse de rotation, en imposant la même différence de pression, pour des nombres de

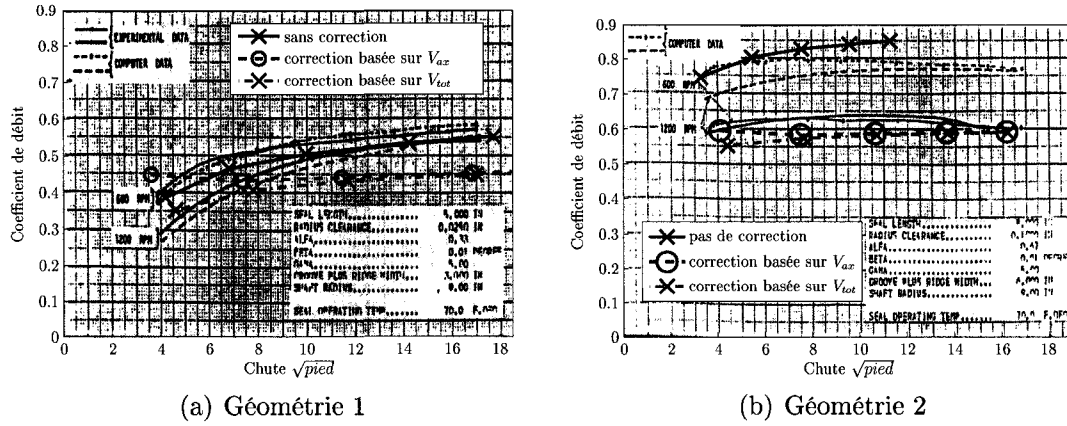


FIGURE 4.12 Comparaison des corrections sur les Géométries #1 et #2, avec la vitesse de rotation de 600rpm et les conditions aux limites de débit (graphes adimensionnels extrait de Vu (1978)b).

Reynolds axiaux entre  $10^3$  et  $10^4$ . Au dessus de  $10^4$ , la différence est négligeable, ce qui est observé avec la Géométrie #2 (voir graphe adimensionnel 4.13(b)).

#### 4.2.3 Comparaison de la CFD sur un joint labyrinthe aux résultats expérimentaux et semi-empiriques

On simule plusieurs points de fonctionnement pour chaque géométrie, pour décrire les courbes adimensionnelles correspondantes fournies dans le rapport Vu (1978)b. Ces courbes relient la différence de pression (chute en  $\sqrt{p/\rho}$  en abscisse) au coefficient de débit  $C_d$  (ou « discharge coefficient » en ordonné) défini par :  $C_d = (U/(2gH_s))^{1/2}$  avec  $U$  la vitesse axiale moyenne et  $H_s$  la chute correspondant à la différence de pression entre les extrémités du joint. Les résultats sont donnés pour les vitesses de rotation 600 et 1200 rpm. Les calculs numériques sont réalisés avec les maillages décrits dans le Tableau 4.9, et les deux types de conditions aux limites (débit et pression) sont utilisés.

Sur les graphiques de la Figure 4.12, on compare les deux corrections proposées au Chapitre 3.2.1, qui estiment les pertes de charge en entrée et en sortie du joint, en

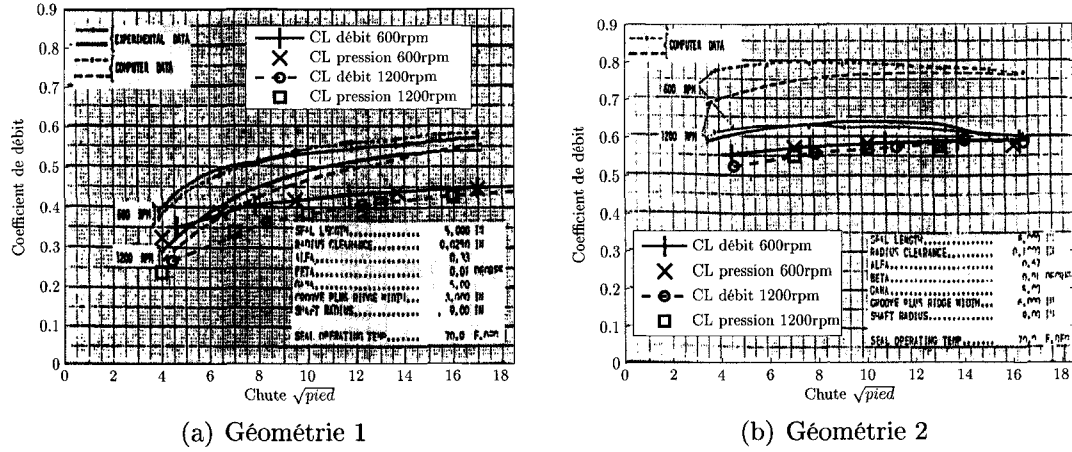


FIGURE 4.13 Résultats numériques, avec la correction basée sur  $V_{tot}$ , superposés au graphe adimensionnel représentant les résultats expérimentaux et semi-empiriques, pour les Géométries #1 et #2 (graphes adimensionnels extrait de Vu (1978)b).

utilisant les résultats des simulations avec la vitesse de rotation 600rpm et avec les conditions aux limites de débit. Comme on l'avait remarqué pour les joints droits, la correction qui utilise la vitesse axiale pour le calcul des pertes de charge en sortie, ne donne pas de bons résultats à basse chute de pression, lorsque la vitesse axiale est faible par rapport à la vitesse tangentielle (rapport  $ReT/ReAx$  important). Alors que les courbes correspondant au résultat sans correction et à ceux avec la correction basée sur la vitesse totale, épousent la forme des courbes expérimentales et semi-empiriques, même si elles sont en dessous, la forme de la courbe associée à la correction basée sur la vitesse axiale est en effet différente au niveau des plus basses chutes de pression. On remarque aussi que, pour la Géométrie #2, les pertes de fuite sans correction sont supérieures aux résultats expérimentaux (débit plus important pour une même différence de pression), alors qu'avec la correction basée sur la vitesse totale, on prédit, comme pour la Géométrie #1, une perte de fuite inférieure.

De plus, les résultats numériques utilisant la correction basée sur la vitesse totale, obtenus avec les vitesses de rotation 600rpm et 1200rpm et les conditions aux limites de débit et de pression, sont représentés sur les graphiques de la Figure 4.13. On ob-

serve que le calcul numérique est moins précis que le résultat donné par le programme semi-empirique pour la Géométrie #1, mais plus précis pour la Géométrie #2. Dans les deux cas, la forme des courbes est bien conservée. On remarque aussi que les points correspondant aux calculs avec les conditions aux limites de débit et de pression, pour la même vitesse de rotation, décrivent une même courbe imaginaire. Cela montre que les deux types de conditions aux limites sont bien cohérents et décrivent bien le même problème.

En conclusion, comme dans le cas des joints droits, on observe que la solution numérique est plus ou moins précise que la solution semi-empirique pour la prédiction de la fuite, dépendamment du cas considéré. La façon d'estimer les pertes de charge en entrée et en sortie a une influence importante. Par exemple, la courbe expérimentale est encadrée par les courbes numériques obtenues sans correction et avec la correction basée sur la vitesse totale en sortie dans le cas de la Géométrie #2.

Sur les graphes de la Figure 4.13, on peut estimer grossièrement que l'erreur pour le coefficient de débit est de l'ordre de 20%-30% pour la Géométrie #1 et de moins 10% pour la Géométrie #2. Ces pourcentages d'erreur sont de l'ordre de grandeur de ceux obtenus lors de la comparaison sur les joints droits. On ne peut comparer les valeurs des pertes de frottement car on ne possède pas de résultats expérimentaux ou semi-empiriques concernant le moment exercé sur le rotor.

## CHAPITRE 5

### APPLICATION 1 : VALIDATION D'UNE SOLUTION SEMI-EMPIRIQUE POUR LES JOINTS ESCALIER

Pour les joints escalier, nous ne possédons pas de résultats expérimentaux ni de programme semi-empirique. On va reprendre le programme semi-empirique simulant un joint droit et l'adapter à une géométrie de joint escalier. Le modèle CFD, qui a été validé sur les joints droits et les joints labyrinthe, sera adapté au cas des joints escalier, et les résultats numériques de la CFD serviront de référence pour évaluer la précision de la solution semi-empirique proposée. La solution semi-empirique sera confrontée à la CFD sur des géométries d'essai de joints escalier fournies par Andritz VATech, dont on ne possède malheureusement pas les résultats expérimentaux associés, et des géométries de joint escalier de prototypes de roues, extrapolées à partir de géométries de joints droits.

#### 5.1 Simulation numérique pour un joint escalier

On reprend le modèle CFD présenté au Chapitre 2, avec les conditions aux limites présentées au Chapitre 3. En particulier, lorsque l'on ne modélise pas les réservoirs, on utilise les corrections estimant les pertes de charge en entrée et en sortie du joint présentées à la Section 3.2.1. De plus, on doit s'assurer que le maillage est suffisamment fin aux parois ( $y^+ < 2$ ). La Figure 5.1 présente le schéma de la géométrie d'un joint escalier avec deux marches, ainsi qu'un détail du maillage utilisé au niveau du coude. Avec la modélisation utilisée, les paramètres géométriques d'un joint escalier sont le nombre de marche, la hauteur et la largeur des marches, le jeu radial et le jeu axial et le rayon du rotor. Ces paramètres sont suffisants pour décrire les géométries de

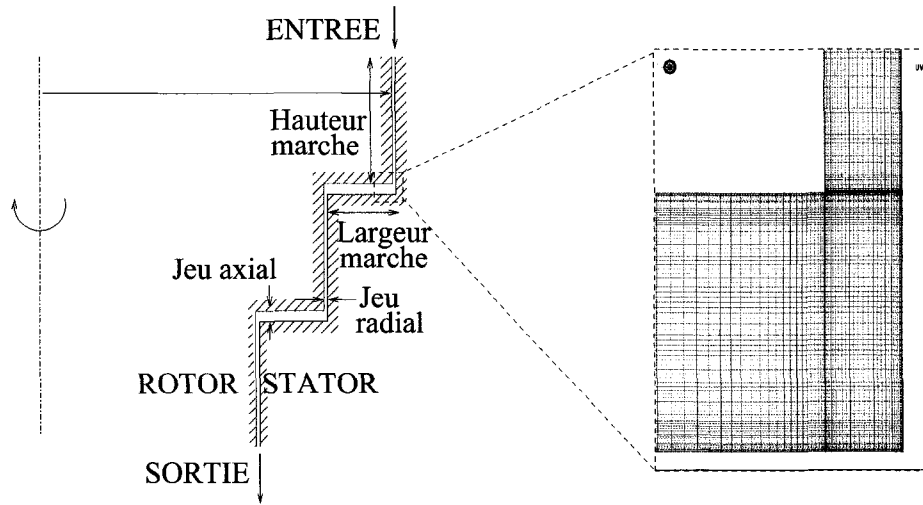


FIGURE 5.1 Schéma de la géométrie d'un joint escalier avec deux marches, avec un détail du maillage.

laboratoire qui nous ont été fournies par Andritz VATech.

Dans la Section 4.1.4, au chapitre précédent, on a modélisé le réservoir en amont du joint d'une façon plus proche des conditions de fonctionnement réelles, que la modélisation approximant le montage expérimental. On réutilise ici cette modélisation (voir Section 4.1.4.1 pour les détails) pour modéliser le réservoir en entrée du joint escalier.

Pour le maillage, on utilise une distribution parabolique dans la largeur du jeu, de manière à pouvoir obtenir des valeurs de  $y^+$  inférieures à 2 avec un nombre raisonnable de points dans la largeur du jeu (de 30 à 100). Les deux paramètres contrôlant le maillage dans le jeu radial, et définissant la fonction de concentration, sont la distance de la première maille à la paroi et le nombre total de mailles. Dans la largeur du jeu axial, on utilise également une distribution parabolique et le maillage est défini par la distance de la première maille à la paroi ainsi que la taille maximale de maille, située au milieu du jeu, qui est prise égale à la taille maximale de maille dans la largeur du jeu radial.

Les mailles sont beaucoup plus grandes dans le sens de l'écoulement : on utilise des



rapports jusqu'à 200 entre les mailles axiales et la plus petite maille dans la largeur du jeu. Cependant, au niveau des coudes, les mailles axiales ont la même taille que la première maille à la paroi, de manière à éviter de trop grands rapports de volume de maille et à bien capter ce qui se passe dans les coudes, où les pertes sont importantes. Pour ce faire, on utilise une distribution parabolique dans le sens de l'écoulement, distribution contrôlée par les deux paramètres suivant : taille de la plus petite maille et de la plus grande maille.

En résumé les paramètres du maillage sont les suivants : distance de la première maille à la paroi pour le contrôle du  $y^+$ , nombre de mailles dans la largeur du jeu radial, taille maximale de maille dans le sens de l'écoulement, et angle d'extrusion et nombre de mailles à extruder dans cette portion d'angle. On rappelle qu'en pratique on extrude seulement une maille dans la direction azimutale.

## 5.2 Programme semi-empirique

Pour développer une solution semi-empirique capable d'estimer les pertes de fuite et de frottement dans un joint escalier, on simplifie le problème en considérant que le joint escalier est un enchaînement de joints droits. Ce découpage permet de réutiliser la solution semi-empirique pour un joint droit. Mais des modifications sont nécessaires car les morceaux de joint droit représentés horizontalement sur la Figure 5.1 ne sont pas analogues à ceux traités dans le programme initial, puisque l'écoulement ne se fait pas parallèlement à l'axe de rotation. De plus, il faut tenir compte des coudes entre les morceaux de joint droit, qui génèrent aussi des pertes de charge importantes.

### 5.2.1 Calcul du débit

En se basant sur le découpage du joint escalier en morceaux de joints droits, on peut considérer plusieurs contributions à la perte de charge (PdC) dans différentes parties du joint escalier :

- dans les morceaux de joint droit.
- à l'entrée et à la sortie du joint.
- pertes induites par les virages à 90 degrés au niveau des coudes.
- pertes induites par les rétrécissements et les élargissements au niveau des coudes, le jeu axial étant plus large que le jeu radial.

On présente ci-dessous différentes formulations pour estimer chacune de ces contributions. On teste ces différentes formules dans la Section 5.3.3.1, en confrontant le résultat semi-empirique au résultat numérique pour la perte de fuite.

#### 5.2.1.1 Pertes de charge dans les morceaux de joint droit

Sur chaque morceau de joint droit, on calcule les pertes de charge avec la solution semi-empirique déjà utilisée pour les joints droits. On traite les morceaux de joint droit représentés horizontalement sur la Figure 5.1 de la même façon que les morceaux verticaux, en considérant le rayon moyen sur ces parties. De plus, dans le programme semi-empirique pour les joints droits, une correction sur la perte de charge est utilisée pour tenir compte des effets inertiels, les termes de convection des équations de Navier-Stokes étant négligés dans l'analyse semi-empirique implémentée dans le programme. Cette correction a été calculée par corrélation avec des résultats expérimentaux et vaut

$$K_{jointDroit} \frac{1}{2} \rho U^2,$$

où  $U$  est la vitesse axiale moyenne et  $K_{jointDroit} = 0.18633 ReAx^{0.1807}$ .

D'après la documentation (Vu (1978)a), cette corrélation inclue les pertes à l'entrée du joint, qui correspondent à un rétrécissement avec un rapport infini de section, pour lequel  $k = 0.5$ . On retranche donc ce facteur pour tous les morceaux de joint sauf le premier.

### 5.2.1.2 Pertes de charge aux changements de section

Les valeurs usuelles des pertes de charge pour un rétrécissement ou un élargissement correspondent à  $K \frac{1}{2} \rho U^2$  où  $U$  est la vitesse axiale moyenne dans la conduite de plus faible section et avec :

- $K_{retr.} = 0.42(1 - A_2/A_1)$  pour un rétrécissement. La plupart des pertes de charge se font en aval du rétrécissement dans la zone de recirculation au niveau de la vena contracta.
- $K_{elar.} = (1 - A_1/A_2)^2$  pour un élargissement. Les pertes de charge ont lieu après l'élargissement.

$A_1$  représente l'aire de la section en amont de l'élargissement ou du rétrécissement et  $A_2$  représente l'aire de la section en aval.

### 5.2.1.3 Pertes de charge dans les coudes

Une formule, obtenue en interpolant des résultats expérimentaux (Ito (1960)) et exposée dans White (1999), estime les pertes de charge au niveau d'un virage à 90 degrés dans un tuyau de section circulaire :

$$K_{coude1} \frac{1}{2} \rho U^2, \text{ avec } K_{coude1} = 0.338 \alpha \left( \frac{R}{d} \right)^{0.84} Re_D^{-0.17}, \text{ où } \alpha = 0.95 + 4.42 \left( \frac{R}{d} \right)^{-1.96}$$

Les paramètres de cette formule sont le diamètre du tuyau  $d$ , le rayon du coude  $R$ , et le nombre de Reynolds de l'écoulement basé sur le diamètre du tuyau  $Re_D$ . L'observation

de l'écoulement correspondant aux résultats des simulations numériques effectuées nous conduit à estimer ces paramètres selon :

- Pour le coude à la sortie des morceaux verticaux de joint droit, le diamètre du tuyau est le jeu radial et le rayon du coude est le jeu axial.
- Pour le coude à l'entrée des morceaux verticaux de joint droit, on considère le virage comme deux moitiés de coude : un demi coude avec le jeu axial pour le diamètre du tuyau et le rayon du coude et l'autre demi coude avec le jeu radial pour le diamètre du tuyau et le rayon du coude.

Les limites de l'application de cette formule est qu'elle s'applique à un écoulement dans un coude courbé de section circulaire pour des nombres de Reynolds élevés ( $10^5$ ). Or, dans notre cas, la conduite est « annulaire », le coude est à angle droit et les nombre de Reynolds axiaux sont de l'ordre de  $10^3$ . Cependant Crawford *et al.* (2007) mentionne que certaines formules estimant les pertes de charge dans des coudes de sections circulaires sont valables pour des nombres de Reynolds de l'ordre de  $10^3$ .

Dans le livre Munson *et al.* (1998), il existe aussi une estimation des pertes de charge dans un coude présentant un angle à 90 degrés, pour une conduite de section quelconque :  $K_{coude2} \frac{1}{2} \rho U^2$ , avec  $K_{coude2} = 1,1$ . Le coefficient ne dépend pas du nombre de Reynolds ou du diamètre du tuyau, et n'a pas été corrélé à des résultats expérimentaux. On évalue plus loin la performance de ces deux coefficients pour prédire la perte de charge dans le joint en escalier.

### 5.2.2 Calcul du moment

Pour les morceaux verticaux de joint droit, on reprend la formule utilisée dans le programme conçu pour les joints droits (voir Vu (1978)a), la configuration étant similaire. Dans ce cas, le moment  $M$  exercé sur le rotor est défini selon :

$$M = \mu \frac{\Omega R}{c} \bar{\tau}_c 2\pi R L R,$$

avec  $R$  et  $c$  le rayon et le jeu du joint droit,  $\Omega$  la vitesse de rotation du rotor, et  $\overline{\tau}_c$  la contrainte de cisaillement adimensionnelle, que l'on peut relier à la contrainte de cisaillement  $\tau_c$  selon  $\tau_c = \mu \frac{\Omega R}{c} \overline{\tau}_c$ , par analogie avec un écoulement de Couette. Pour la contrainte de cisaillement adimensionnelle, on utilise la formule empirique suivante, extrapolée à partir de résultats expérimentaux (Bilgen *et al.* (1973)) :

$$\overline{\tau}_c = 0,0211 \left( \frac{c}{R} \right)^{0,1} Re_{eff}^{0,75}, \text{ avec } Re_{eff} = \sqrt{(2ReAx)^2 + ReT^2}$$

Au niveau des morceaux horizontaux de joint droit, le type de frottement est différent : ce n'est plus un cylindre en rotation mais un disque en rotation près d'une paroi fixe. On retient deux autres méthodes pour le calcul des pertes de frottements sur les morceaux horizontaux de joint droit :

- Les résultats de Elrod et Ng (1967) pour une conduite annulaire, ont été utilisés par Taylor et Dowson (1974) pour déterminer une autre formule empirique. Dans ce cas, la contrainte de cisaillement adimensionnelle  $\overline{\tau}_c$  ne dépend que du nombre de Reynolds tangentiel, et pas axial, contrairement à la formule utilisée dans le programme semi-empirique pour les joints droits.

$$\overline{\tau}_c = 1 + 0,0012 ReT^{0,94}$$

Or, il y a une importante zone de reflux dans les parties horizontales et la vitesse axiale sur le rotor est faible. L'influence du nombre de Reynolds axial sur le moment est donc peut-être négligeable.

- On modélise la perte de frottement d'une partie de disque (un anneau) en rotation près d'une paroi. L'article Gulich (2003) fournit de nombreuses formules pour le cas du disque, appliquées à la rotation d'une roue dans une turbomachine. Nous choisissons la Formule numérotée 1.8 dans Gulich (2003), qui présente l'avantage de couvrir tous les types possibles d'écoulement (valables pour tous les nombres de Reynolds, couches limites se superposant ou non). Dans ce cas, le moment  $M$

exercé sur le rotor est défini selon :

$$M = K_R \rho \Omega^2 R_2^5 \left( 1 - \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^5 \right),$$

avec  $R_1$  et  $R_2$  les rayons interne et externe du disque,  $\Omega$  la vitesse de rotation du rotor, et

$$K_R = \frac{\pi}{2ReT c_{adim}} + \frac{0,02}{ReT^{0,2}} \cdot \frac{1 + c_{adim}}{1 + 0,5c_{adim}}, \text{ avec } ReT = \frac{\Omega R_2^2}{\nu} \text{ et } c_{adim} = \frac{c}{R_2}$$

Cette formule permet aussi de prendre en compte le débit de fuite dans le calcul du moment ainsi que la rugosité. Mais l'influence de la fuite, qui diminue le frottement, et celle de la rugosité, qui l'augmente de quelques pourcents seulement pour une valeur de rugosité variant entre 0.001mm et 0.007mm, sont négligeables. On ne modélisera donc pas ces effets.

On teste ces formulations pour les pertes de frottements dans la Section 5.3.3.2.

### 5.2.3 Critère de cavitation

Comme on l'a vu à la Section 1.1.1, le programme semi-empirique pour le joint droit utilise un critère sur le coefficient de débit (« discharge coefficient ») pour prédire s'il y a cavitation ou non dans la vena contracta à l'entrée du joint droit. Pour les joints escalier, on observe avec la CFD que la pression minimale se trouve au niveau de la vena contracta à l'entrée du dernier morceau de joint droit vertical, ce qui s'explique par le fait que la pression est en effet plus faible en amont du dernier morceau vertical de joint droit qu'en amont des autres. On reprend donc le critère semi-empirique de prédiction de la cavitation pour les joints droits et on l'applique sur le dernier morceau de joint droit du joint escalier. La prédiction semi-empirique de la cavitation avec ce critère sera comparée aux valeurs trouvées numériquement dans la Section 5.3.3.3.

### 5.3 Confrontation de la solution semi-empirique à la CFD

On compare maintenant les résultats semi-empiriques aux résultats numériques sur plusieurs géométries de joint escalier. On va tester le programme semi-empirique avec les différentes formulations des pertes de charge et du moment, présentées à la Section 5.2, dans le but d'obtenir une solution semi-empirique la plus proche possible du résultat numérique.

#### 5.3.1 Géométries et points de fonctionnement des joints escalier modélisés

Les caractéristiques géométriques des joints escalier modélisés sont données dans le Tableau 5.1 :  $N$  représente le nombre de marches du joint,  $c_r$  et  $c_{ax}$  les jeux radial et axial,  $H$  et  $L$  la hauteur et la largeur de la marche,  $H_{tot}$  et  $L_{tot}$  la hauteur et la largeur totale du joint, et  $R$  le rayon du rotor à l'entrée du joint. Les trois premières géométries, nommées A2, B5 et C4 (le chiffre représente le nombre de marches), correspondent à des modèles d'essai fournis par Andritz VATech. Nous ne possédons malheureusement pas les résultats expérimentaux associés. De plus, à partir du joint A2, on crée deux autres géométries de même longueur et largeur totale, les joints A1 et A5, avec 1 et 5 marches respectivement, pour étudier l'influence du nombre de coudes sur la valeur de la perte de charge, lors de la comparaison de la solution semi-empirique à la CFD. Les conditions de fonctionnement de laboratoire associées à ces géométries d'essai sont les suivantes : température de l'eau=24°C, vitesse de rotation=900rpm et chute=38,1m, équivalent à une différence de pression de 373761Pa. Avec ces conditions de fonctionnement, le nombre de Reynolds tangentiel, calculé à partir du jeu radial et de la vitesse du rotor à l'entrée, vaut environ 5600 et le nombre de Reynolds axial, calculé à partir du jeu radial et de la vitesse axiale moyenne dans le joint, varie entre 1300 et 1700, dépendant de la géométrie.

De plus on veut aussi comparer la CFD et le modèle semi-empirique sur un joint escalier d'un prototype de roue, et non un modèle d'essai. Pour ce faire, on considère le joint droit de la roue Francis de l'installation de Churchill Falls, décrit dans le document Vu (1978)a, que l'on transforme en joint escalier en prenant 1,87 pour rapport de la hauteur de marche sur la largeur de marche (même rapport que pour les modèles d'essai A2 et C4), et en prenant un jeu axial trois fois plus grand que le jeu radial. À partir de ces paramètres, on crée deux géométries de joint escalier, CF2 et CF5, avec 2 et 5 marches respectivement, et de même longueur totale 100mm. Cette longueur totale de 100mm correspond au minimum des pertes semi-empiriques lorsque l'on fait varier la longueur totale du joint droit. De plus, à partir du joint CF5, on crée deux autres géométries de même longueur et largeur totale, les joints CF1 et CF10, avec 1 et 10 marches respectivement. Les caractéristiques géométriques de tous ces joints sont données dans le Tableau 5.1. Les conditions de fonctionnement sont les mêmes que celles pour le joint droit Churchill Falls : température de 15,6°C, vitesse de rotation de 200rpm et différence de pression de 1554kPa. Avec ces conditions de fonctionnement, le nombre de Reynolds tangentiel vaut environ 20000 et le nombre de Reynolds axial varie entre 6500 et 8000, dépendant de la géométrie.

TABLEAU 5.1 Géométries des joints escalier modélisés.

Joint	$N$	$H$ (mm)	$L$ (mm)	$H_{tot}$ (mm)	$L_{tot}$ (mm)	$c_r$ (mm)	$c_{ax}$ (mm)	$R$ (mm)	$c_r/R$
A2	2	7	3,75	21,5	7,665	0,165	0,5	331,35	0,0005
B5	5	3,5	1,87	21,5	9,515	0,165	0,5	333,22	0,0005
C4	4	7	3,75	35,5	15,135	0,165	0,5	338,85	0,0005
A1	1	10,5	7,5	21,5	7,665	0,165	0,5	331,35	0,0005
A5	5	3,5	1,5	21,5	7,665	0,165	0,5	331,35	0,0005
CF2	2	32,8	17,6	100	35,2	0,508	1,54	2235,2	0,00023
CF5	5	16,4	8,8	100	44	0,508	1,54	2235,2	0,00023
CF1	1	49,23	43,49	100	44	0,508	1,54	2235,2	0,00023
CF10	10	8,95	4,35	100	44	0,508	1,54	2235,2	0,00023



### 5.3.2 Calculs CFD sur les joints escalier

#### 5.3.2.1 Maillage utilisé

TABLEAU 5.2 Maillage des géométries de joints escalier modélisées, et de leur réservoir en entrée.

Maillage du joint						
$h_{min}$ (mm)	$n_{jeuRadial}$	$l_{ax}$ (mm)	$max.$ $Ax. RF$	$l_{tang}$ (mm)	$max. Tang.$ $RF$	$n_{tang}$
0,001	30	0,1	100	0,05	50	1
Géométrie et maillage du réservoir en entrée						
$H_{res}$ (mm)	$L_{res}$ (mm)	$l_H$ (mm)	$l_L$ (mm)			
2	2	0,1	0,05			

On utilise le même maillage, décrit dans le Tableau 5.2, pour toutes les géométries :  $h_{min}$  est la distance de la première maille à la paroi (la même partout dans le joint),  $n_{jeuRadial}$  le nombre de mailles dans la largeur du jeu radial,  $l_{ax}$  la taille maximale de maille dans le sens de l'écoulement,  $max. Ax. RF$  le rapport de la longueur maximale d'arête dans la direction axiale sur la longueur minimale d'arête dans la largeur du jeu,  $l_{tang}$  la taille de maille dans la direction de l'extrusion,  $max. Tang. RF$  le rapport de la longueur d'arête dans la direction tangentielle sur la longueur minimale d'arête dans la largeur du jeu, et  $n_{tang}$  le nombre de mailles dans la direction de l'extrusion. La distance de 0,001mm entre la première maille et la paroi est suffisante pour obtenir des valeurs de  $y+$  moyennes inférieures à 2 dans tous les cas. La géométrie et le maillage du réservoir en entrée sont aussi décrits dans le Tableau 5.2 :  $H_{res}$  et  $L_{res}$  sont respectivement la hauteur et la largeur du réservoir, et  $l_H$  et  $l_L$  sont respectivement la taille de maille dans la hauteur et la largeur du réservoir. Ce maillage donne un  $y+$  moyen de 6 à la paroi du stator dans le réservoir. Mais rappelons que le maillage à la paroi du rotor dans le réservoir est aussi fin que dans le joint.

Le jeu radial étant différent pour les géométries d'essai fournies par Andritz VATech

et les géométries de Churchill Falls, la résolution du maillage dans la largeur du jeu est différente. On a généré un nouveau maillage pour la Géométrie CF2, avec 92 mailles dans la largeur du jeu radial, pour avoir la même résolution que dans le cas des géométries d'essai avec le maillage décrit dans le tableau. La différence entre les pertes de fuite et de frottement, obtenues avec 30 et 92 mailles dans la largeur du jeu, sont inférieures à 1%. Il est donc suffisant d'utiliser 30 mailles dans la largeur du jeu. Ces observations sur le maillage montrent qu'il ne devrait pas être nécessaire de changer les paramètres du maillage lorsque la géométrie évoluera au cours de l'optimisation.

Remarque : Les maillages utilisés pour les trois Géométries d'essai A2, B5 et C4, possèdent entre 35000 et 70000 éléments (hexaèdres) et le temps de calcul est d'environ 30 minutes à 45 minutes en utilisant quatre processeurs. Les processeurs utilisés, de la grappe de calcul Echidna du laboratoire MAGNU<sup>1</sup> de l'École Polytechnique de Montréal, sont des AMD Opteron 246 de fréquence 2GHz.

### **5.3.2.2 Comparaison des simulations numériques avec et sans la modélisation des réservoirs**

Pour comparer les simulations numériques avec et sans la modélisation des réservoirs, on considère les trois Géométries d'essai A2, B5 et C4. Les calculs numériques sont réalisés avec le maillage présenté dans la section précédente. On utilise les conditions aux limites de pression, puisque l'on connaît la différence de pression imposée expérimentalement, mais pas le débit passant dans le joint. Les conditions aux limites de pression, avec ou sans réservoir en entrée, sont détaillées à la Section 3.3.2 (page 65 du Chapitre 3). En sortie, on utilise la correction basée sur la vitesse totale, qui a donné de meilleurs résultats lors de la validation de la CFD sur les joints droits et les joints labyrinthe.

---

<sup>1</sup>Laboratoire de recherche en maillage et géométrie numérique de l'EPM, site web : <http://www.magnu.polymtl.ca/>

Les pertes énergétiques pour les simulations avec et sans réservoir sont rapportées dans le Tableau 5.3. On rapporte aussi dans ce tableau la valeur moyenne du  $y+$  sur le rotor (la valeur moyenne sur le stator dans le joint est plus faible). Avec ou sans réservoir, la simulation numérique prédit que la Géométrie B5 est la plus efficace des trois géométries testées, pour les conditions de fonctionnement considérées.

TABLEAU 5.3 Résultats des calculs numériques avec et sans réservoir sur les géométries d'essai des joints escalier.

Joint	$\overline{y+}$	Pertes de fuite (kW)		Pertes de frottement (kW)		Pertes totales (kW)	
		Sans Res	Avec Res	Sans Res	Avec Res	Sans Res	Avec Res
A2	1,3	1,101	1,128	2,436	2,255	3,537	3,383
B5	1,2	0,873	0,892	2,361	2,185	3,234	3,077
C4	1,1	0,796	0,813	3,377	3,188	4,173	4,001

Comme attendu, on remarque que les pertes de frottement sont plus faibles lorsque l'on modélise le réservoir, grâce à la prérotation du fluide à son entrée dans le joint, alors que les pertes de fuites sont sensiblement les mêmes avec et sans réservoir. On note cependant que la fuite est légèrement plus importante avec le réservoir, ce qui est peut-être dû à une surestimation des pertes de charge en entrée lorsque l'on ne modélise pas le réservoir. Lorsque l'on vérifie s'il y a cavitation ou non, on remarque que, dans les trois cas, la pression est minimale dans la vena contracta à l'entrée de la dernière portion verticale de joint droit. A partir de la pression minimale dans le domaine, obtenue en spécifiant une pression moyenne nulle à la sortie du joint, et la pression de vaporisation de l'eau on calcule la pression minimale nécessaire en sortie du joint pour éviter la cavitation :

- Géométrie A2 : 4,203kPa
- Géométrie B5 : 28,145kPa
- Géométrie C4 : 3,395kPa

Dans des conditions de fonctionnement normales, la pression à la sortie du joint est

supérieure à ces valeurs, correspondant pour la plus grande à seulement un quart de la pression atmosphérique. La cavitation ne devrait donc pas apparaître avec ces configurations.

La modélisation du réservoir d'entrée permet de modéliser de façon plus réaliste le problème du joint. De plus les résultats étant assez différents pour le moment, et le coût supplémentaire de calcul peu important, nous modéliserons le réservoir en entrée dans la suite, lors de la comparaison des résultats semi-empiriques aux résultats numériques.

### **5.3.3 Comparaison des résultats du programme semi-empirique aux résultats numériques**

On évalue les performances des joints escalier présentés dans le Tableau 5.1 en utilisant le modèle semi-empirique décrit à la Section 5.2. On compare ensuite ces résultats aux résultats de la simulation numérique modélisant les réservoirs, avec les conditions aux limites de pression. On teste séparément les différentes méthodes proposées pour le calcul du débit de fuite et pour le calcul du moment. Le but de la comparaison est de trouver le modèle semi-empirique donnant les résultats les plus proches possibles des résultats numériques.

#### **5.3.3.1 Test des différentes méthodes de calcul du débit**

On a testé différentes méthodes pour la prédiction des pertes de fuite. Le modèle de base calcule les pertes de charge dans les morceaux de joint droit ( $K_{jointDroit}$ ), puis on rajoute les autres pertes de charge créées au niveau des coudes. Les quatre modèles semi-empiriques qui ont donné les résultats les plus proches des résultats numériques sont les suivants :

- Le Modèle #1 prend en compte les pertes de charge dues aux élargissements et rétrécissements ( $K_{elar.}$  et  $K_{retr.}$ ) et celles dues aux coudes, en utilisant la formule pour un virage à 90 degrés d'une conduite circulaire ( $K_{coude1}$ ).
- Le Modèle #2 ne prend en compte que les pertes de charge dues aux coudes, en utilisant la formule pour un virage à 90 degrés d'une conduite circulaire ( $K_{coude1}$ ).
- Le Modèle #3 ne prend en compte que les pertes de charge dues aux coudes, en utilisant la formule pour un virage à 90 degrés d'une conduite circulaire pour le coude à la sortie des morceaux verticaux de joint droit ( $K_{coude1}$ ), et le coefficient de perte  $K_{coude2} = 1,1$  pour l'autre coude.
- Le Modèle #4 prend en compte seulement les pertes de charge dues aux élargissements et rétrécissements ( $K_{elar.}$  et  $K_{retr.}$ ).

Les détails des formulations des pertes ont été donnés à la Section 5.2.1. Dans le Tableau 5.4, on rapporte les résultats pour la perte de fuite pour ces quatre modèles, en pourcentage d'erreur de la perte de fuite numérique, sur les neuf géométries de joints escalier présentées dans le Tableau 5.1.

TABLEAU 5.4 Pertes de fuite calculées avec les différentes formulations semi-empiriques, en pourcentages d'erreur de la perte de fuite numérique

Joint	Pertes de fuite (kW)				
	Calcul Num.	Modèle #1	Modèle #2	Modèle #3	Modèle #4
A1	1,245	−6,2%	0,2%	0,2%	3,3%
A2	1,128	−7,8%	−0,9%	−0,7%	4,2%
A5	0,876	−10%	2,5%	3,4%	11,4%
B5	0,892	−11,6%	0,8%	1,6%	9,8%
C4	0,813	−5,4%	6,2%	6,9%	13,3%
CF2	217,3	−13%	−3,8%	−6,1%	−2,9%
CF1	243,4	−10,4%	−3,9%	−5,5%	−3,5%
CF5	168,3	−14,4%	−1,4%	−4,3%	0,4%
CF10	128,3	−12,7%	2,9%	−0,2%	6,8%

Lorsque l'on prend en compte à la fois les pertes de charge dues aux changements de section et aux coudes (Modèle #1), les pertes de fuite semi-empiriques sont toujours

inférieures aux pertes de fuite numériques. Le débit de fuite semi-empirique est donc trop faible, ce qui signifie que l'on surestime les pertes de charge dans le joint. Lorsque l'on considère seulement les pertes de charge dues aux coudes (Modèles #2 et #3), ou seulement les pertes de charge dues aux élargissements et aux rétrécissements (Modèle #4), on se rapproche plus des pertes de fuite numériques. Les largeurs des plages des erreurs entre la perte de fuite semi-empirique et numérique, pour les Modèles #2, #3 et #4, sont respectivement : 10%, 13% et 16,8%. Le Modèle #2 est celui qui se rapproche le plus du résultat numérique et dont la plage des erreurs est la plus restreinte, en ce qui concerne la perte de fuite. On retient donc ce modèle pour la suite et on calculera les valeurs du moment en utilisant les valeurs de débit correspondantes.

Remarques :

1. Avec le programme semi-empirique, lorsque l'on compare la contribution de chaque morceau de joint droit à la perte de charge totale, on observe que les pertes sont beaucoup plus importantes dans les morceaux verticaux parallèles à l'axe de rotation que dans les morceaux horizontaux (de l'ordre de 20 fois plus pour les Géométries d'essai A2, B5 et C4). On observe la même chose numériquement.
2. Avec le Modèle #2, l'erreur entre la fuite semi-empirique et numérique augmente légèrement lorsque l'on augmente le nombre de marches pour une même longueur totale de joint (voir les résultats pour les joints A1, A2 et A5 et les joints CF1, CF5 et CF10). Cela semble indiquer que les pertes de charge au niveau des coudes sont légèrement sous-estimées avec cette formulation.

### 5.3.3.2 Test des différentes méthodes de calcul du moment

On teste trois différentes méthodes pour la prédiction du moment. Pour les morceaux verticaux de joint droit, on réutilise la formule implémentée dans le programme pour les joints droits (voir Vu (1978)a). Pour les morceaux horizontaux de joint droit, on

teste trois formulations différentes : la formule utilisée pour les morceaux verticaux, la formule de Elrod et Ng (1967) et la formule pour un disque en rotation de Gulich (2003). Des détails sur ces formulations sont donnés à la Section 5.2.2. Dans le Tableau 5.5, on rapporte les résultats pour la perte de frottement pour ces trois modèles, en pourcentage d'erreur de la perte de frottement numérique, sur les neuf géométries de joints escalier présentées dans le Tableau 5.1. La largeur de la plage des erreurs pour les pertes de frottement est de 41,5% pour Vu (1978)a, 34,2% pour Elrod et Ng (1967) et 39,1% pour Gulich (2003). Les deux méthodes Elrod et Ng (1967) et Gulich (2003) présentent donc une légère amélioration par rapport à Vu (1978)a, en ce qui concerne la largeur de la plage des erreurs. Mais les résultats de ces trois formulations différentes restent très proches.

TABLEAU 5.5 Pertes de frottement calculées avec les différentes formulations semi-empiriques, en pourcentages d'erreur de la perte de frottement numérique.

Joint	Pertes de frottement (kW)			
	Calcul Num.	formule Vu (1978)a	formule Elrod et Ng (1967)	formule Gulich (2003)
A1	2,335	-9,4%	-13,6%	-14,3%
A2	2,255	-7,1%	-12,1%	-11,5%
A5	2,082	-2,1%	-7,5%	-9,3%
B5	2,185	-0,7%	-7,2%	-8,1%
C4	3,188	14,5%	7,2%	6,1%
CF2	217,8	-26%	-27%	-32%
CF1	234,2	-27%	-27%	-33%
CF5	208,9	-24%	-24%	-30%
CF10	203,3	-24%	-25%	-31%

Pour comparer plus en détail les prédictions semi-empiriques du moment aux résultats de la CFD, on compare les contraintes moyennes de cisaillement sur les parties de rotor correspondant à chaque morceau de joint droit, pour la Géométrie de joint escalier B5. On rapporte les résultats dans le Tableau 5.6. Dans ce tableau, les numéros impairs correspondent aux morceaux de joint droit cylindrique (avec le jeu radial)

et les numéros pairs correspondent aux morceaux de joint droit de type disque (avec le jeu axial). Comme dans les simulations précédentes, le résultat numérique a été obtenu avec un réservoir en entrée. Le cisaillement issu du calcul CFD chute fortement au niveau des deux premières marches ou cinq premières sections, car la vitesse tangentielle s'établit au début. Il décroît ensuite de manière régulière. La décroissance du cisaillement semi-empirique est beaucoup plus faible en comparaison de celle observée avec la CFD. On remarque quand même que les méthodes de calcul semi-empiriques Elrod et Ng (1967) et Gulich (2003) donnent des résultats plus proches de la CFD sur les sections horizontales de joint. Cela explique leur meilleure performance pour la prédiction du moment.

TABLEAU 5.6 Comparaison des contraintes de cisaillement moyennes en Pa sur chaque morceau de joint droit pour la Géométrie de joint escalier B5.

	<b>Cisaillement moyen (Pa)</b>			
	CFD	Vu	Elrod	Gulich
Section1	2083	1197	1197	1197
Section2	899	951	712	676
Section3	1449	1188	1188	1188
Section4	668	942	705	670
Section5	1179	1179	1179	1179
Section6	582	934	697	664
Section7	1090	1170	1170	1170
Section8	545	925	690	658
Section9	1043	1160	1160	1160
Section10	527	916	682	652
Section11	1003	1151	1151	1151

Finalement, on rapporte dans le Tableau 5.7 les pertes totales numériques et semi-empiriques. Les pertes totales semi-empiriques sont calculées en prenant en compte les pertes de charge au niveau des coudes (Modèle #2 de la Section 5.3.3.1) pour le calcul du débit, et en utilisant chacune des trois formulations différentes pour le calcul du moment.



TABLEAU 5.7 Pertes totales calculées avec les différentes formulations semi-empiriques pour le calcul du moment, en pourcentages d'erreur de la perte totale numérique.

Joint	Pertes totales (kW)					
	Calcul Num.	formule (1978)a	Vu	formule Elrod et Ng (1967)		formule Gulich (2003)
A1	3,580	3,381	−5,6%	3,265	−8,8%	3,249 −9,2%
A2	3,443	3,284	−4,6%	3,10	−7,9%	3,154 −8,4%
A5	<b>2,958</b>	<b>2,936</b>	−0,7%	<b>2,824</b>	−4,5%	<b>2,808</b> −5,1%
B5	3,077	3,068	−0,3%	2,926	−4,9%	2,907 −5,5%
C4	4,001	4,512	12,8%	4,281	7,0%	4,245 6,1%
CF2	435	369	−15,2%	368	−15,4%	358 −17,7%
CF1	478	406	−15%	404	−15,5%	392 −18%
CF5	377	325	−13,8%	324	−14,1%	312 −17,2%
CF10	<b>332</b>	<b>286</b>	−13,9%	<b>285</b>	−14,2%	<b>272</b> −18,1%

### 5.3.3.3 Prédiction de la cavitation

La méthode de prédiction semi-empirique de la cavitation est décrite à la Section 5.2.3. Numériquement, on compare simplement la valeur de pression la plus faible dans le domaine à la pression de vapeur saturante. On a vu avec la CFD que, lorsqu'il y a cavitation, la pression minimale se trouve au niveau de la vena contracta à l'entrée du dernier morceau vertical de joint droit. On compare donc dans le Tableau 5.8 les valeurs numériques et semi-empiriques de la pression minimale à l'entrée du dernier morceau de joint droit. Ces pressions ont été obtenues en considérant une pression de 100kPa en sortie des géométries d'essai (A1, A2, A5, B5 et C4), et une pression de 310kPa en sortie des géométries de joint de la roue Churchill Falls (CF1, CF2, CF5 et CF10).

On observe que les valeurs numériques de la pression minimale à l'entrée du dernier morceau de joint droit sont plus faibles que les valeurs semi-empiriques. Ceci s'explique par le fait que la pression est numériquement plus faible dans la zone de recirculation

TABLEAU 5.8 Valeurs numériques et semi-empiriques de la pression minimale à l'entrée du dernier morceau de joint droit vertical.

	$P_{min}$ dans le joint (kPa)	
	Numérique	Semi-empirique
A1	145	240
A2	98	190
A5	72	170
B5	74	170
C4	117	180
CF2	257	480
CF1	415	620
CF5	190	390
CF10	190	390

au niveau de la vena contracta, que dans la vena contracta elle même, et que le programme semi-empirique vérifie si la cavitation apparaît seulement dans la vena contracta (voir Section 4.1.4.2.1 pour plus de détails). Si l'on diminue la valeur de la pression à la sortie du joint, ou que l'on raccourcit le joint, la cavitation sera prédite avant par le résultat numérique, par rapport au résultat semi-empirique. La différence entre les pressions numériques et semi-empiriques se situe entre 102kPa et 110kPa pour les géométries d'essai de joints escalier (A1, A2, A5, B5 et C4), et entre 210kPa et 237kPa pour les géométries de joints escalier Churchill Falls (CF1, CF2, CF5 et CF10). On retrouve le même ordre de grandeur que pour les joints droits, pour lesquels la cavitation est prédite entre 200kPa et 400kPa plus tôt numériquement pour les cas simulés à la Section 4.1.4.2.1 (voir Tableau 4.6).

#### 5.4 Conclusions de la comparaison de la solution semi-empirique à la CFD

La première observation rassurante est que, lorsque l'on classe les joints du plus efficace au moins efficace, en utilisant les pertes énergétiques totales comme critère

(voir Tableau 5.7), les résultats semi-empiriques et numériques donnent le même classement. Pour les géométries d'essai de joints escalier, le classement du plus efficace au moins efficace est : A5, B5, A2, A1, C4. Pour les géométries de joints escalier du prototype de roue Churchill Falls, le classement du plus efficace au moins efficace est : CF10, CF5, CF2 et CF1. On remarque que, dans les deux cas, c'est le joint avec le plus de marches qui est le plus efficace.

On a déterminé la formulation des pertes de charge au niveau des coudes qui permet d'obtenir une perte de fuite semi-empirique la plus proche des résultats numériques. De plus, on a vu que l'utilisation de la formule Elrod et Ng (1967), pour le calcul du moment sur les parties horizontales de joint droit, donne des valeurs semi-empiriques du moment plus proches de la CFD que les autres formulations. Ainsi, le modèle semi-empirique que l'on retient est celui qui prend en compte les pertes de charge aux coudes (Modèle #2 de la Section 5.3.3.1) et calcule le cisaillement sur le rotor avec la formule de Elrod et Ng (1967). Pour évaluer la précision de ce modèle semi-empirique par rapport au modèle numérique, on compare les écarts obtenus entre les résultats semi-empiriques et numériques pour les joints escalier et pour les joints droits dans Tableau 5.9.

TABLEAU 5.9 Intervalles dans lesquels se trouvent les écarts entre les valeurs semi-empiriques et numériques des pertes énergétiques, pour les joints droits et les joints escalier testés.

Pertes	Plage des écarts entre les valeurs semi-emp. et num.		
	Joints droits		Joints escalier
	Modèles d'essai	Modèles Churchill Falls	
fuite	[-13%, 24%]	[-11%, 4%]	[-4%, 7%]
frottement	[-42%, 1%]	[-112%, -5%]	[-27%, 8%]
totales	[-21%, 1%]	[-18%, -6%]	[-16%, 7%]

Il faut noter que les calculs sur les joints droits couvrent une plus grande diversité de joints, avec des jeux, des longueurs et des conditions de fonctionnement variés, ce qui

pourrait être la cause d'écarts plus étalés. Aussi, les calculs sur les joints droits ont été réalisés sans réservoir en entrée, ce qui explique que la valeur du moment semi-empirique soit plus faible par rapport à la valeur numérique, la valeur numérique du moment étant plus importante sans la modélisation du réservoir. Dans l'ensemble, on observe que les écarts entre la solution semi-empirique et la CFD sont du même ordre de grandeur pour les joints escalier que pour les joints droits.

Pour la prédiction de la cavitation, la tendance est la même pour les joints droits et les joints escalier : le critère semi-empirique prédit la cavitation plus tard que la CFD, et les écarts sont de l'ordre de quelques centaines de kPa.

En conclusion, on a vu que le joint le plus efficace énergétiquement (en gras dans le Tableau 5.7) est bien le même semi-empiriquement et numériquement. De plus, au vu des tests réalisés, le modèle semi-empirique mis en place pour les joints escalier se compare aussi bien à la CFD que le modèle semi-empirique pour les joints droits.

## CHAPITRE 6

### APPLICATION 2 : OPTIMISATION GÉOMÉTRIQUE DE JOINTS DROITS ET DE JOINTS ESCALIER

Après la validation du modèle semi-empirique pour les joints escalier, le modèle CFD est utilisé pour l'optimisation géométrique de joints droits et de joints escalier. Comme nous l'avons mentionné en introduction, de nombreuses études paramétriques montrent qu'optimiser la géométrie de joints d'étanchéité hydrauliques permet de réduire significativement les pertes énergétiques.

#### 6.1 Revue bibliographique de l'optimisation géométrique d'un joint

On a trouvé seulement trois articles qui présentent des études pour l'optimisation de la géométrie d'un joint à l'aide d'algorithmes d'optimisation (on exclue les nombreuses études paramétriques). On détaille ci-dessous la méthode d'optimisation utilisée dans chacun.

##### 6.1.1 Algorithmes utilisés pour l'optimisation géométrique d'un joint

**Schramm *et al.* (2004) : Shape optimization of a labyrinth seal applying the simulated annealing method.**

Les auteurs optimisent une géométrie de joint labyrinthe escalier à trois contractions selon deux paramètres : la hauteur  $h$  et la position axiale  $x$  des marches (voir Figure 1.1 page 14 pour un schéma de cette géométrie). Les auteurs estiment que les méthodes à gradients ne permettent pas de trouver un optimum global à leur problème, à cause de la présence de minima locaux. Ils implémentent donc, de fa-

çon rudimentaire, comme ils le mentionnent dans l'article, la méthode heuristique « simulated annealing method » qui permet de trouver des minimums globaux. L'optimisation a mis en évidence l'importance de la hauteur de la marche dans un joint labyrinthe escalier et a permis de limiter le transfert d'énergie cinétique d'une cavité à la suivante en ajustant ce paramètre.

**Asok *et al.* (2007) : Neural network and CFD-based optimisation of square cavity and curved cavity static labyrinth seals.**

L'algorithme « Artificial neural network optimization » (ANN dans Matlab) est un algorithme qui déduit « à la manière de neurones » (analogie avec le fonctionnement biologique d'un neurone) la solution optimale à partir d'un ensemble de données. Les résultats trouvés avec l'algorithme sont ensuite vérifiés expérimentalement et à l'aide de calculs CFD. Les auteurs justifient une telle approche en affirmant qu'il serait difficile de réaliser une optimisation classique à gradient à cause de plusieurs facteurs : le rendement d'un joint est contrôlé par de nombreux paramètres géométriques, les phénomènes de turbulence sont complexes, et la chute de pression ne varie pas linéairement avec les paramètres géométriques. Cependant les auteurs trouvent une limitation à leur méthode : lorsque les géométries testées par ANN s'éloignent trop des géométries pour lesquelles ils possèdent des résultats expérimentaux ou CFD, la fiabilité se dégrade. Cette méthode nécessite donc toujours des résultats numériques ou expérimentaux pour pouvoir explorer l'espace de design en dehors du domaine connu.

Cette méthode mérite notre attention car elle permet une optimisation en ayant recours à la CFD (ou aux expériences) moins souvent que pour une optimisation classique. Trouver un processus d'optimisation ayant recours à un autre moyen de prédiction en plus de la CFD permettrait un gain de temps important. On pourrait utiliser le résultat de solutions semi-empiriques, beaucoup moins coûteuses que la CFD en temps de calcul, mais à priori moins précises, dans une optimisation à plusieurs niveaux de fiabilité.

**Aboulaich *et al.* (2000) : Shape optimization of labyrinth seals.**

La résolution des équations de Navier-Stokes est faite par éléments finis et la turbulence n'est pas prise en compte. L'optimisation utilise la méthode « d'optimisation de forme ». Avec cette méthode, la géométrie du joint labyrinthe est paramétrisée dans le temps (temps fictif) : chaque point de la géométrie possède une vitesse et est en mouvement lors de l'optimisation. Le processus d'optimisation va ainsi déplacer les points de la frontière de manière à minimiser le débit. Cette méthode sophistiquée est loin de ce que l'on veut mettre en œuvre, car on ne veut optimiser qu'un ou deux paramètres importants de la géométrie. On ne retient donc pas cette approche.

### **6.1.2 Analyse critique de la revue bibliographique et approche envisagée**

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, nous voulons optimiser la géométrie de joints droits et de joints escalier d'un point de vue énergétique. On cherche donc à minimiser les pertes totales, somme des pertes de fuite et de frottement. Dans les références citées à la section précédente, le but des optimisations est seulement de réduire le débit de fuite et le moment exercé sur le rotor n'est pas pris en compte. De plus, les géométries que nous voulons optimiser sont plus simples que les géométries de joints labyrinthe escalier traitées dans les articles mentionnés précédemment. Cette plus grande simplicité géométrique, et un nombre plus faible de paramètres géométriques, laissent penser que la chute de pression est plus régulière dans notre cas. Par exemple, l'optimisation paramétrique de la longueur d'un joint droit avec le programme semi-empirique, montre la régularité de la fonction des pertes totales lorsque l'on fait varier la longueur totale du joint. On peut ainsi envisager l'utilisation d'un algorithme à gradient.

De plus, comme dans Asok *et al.* (2007), il serait intéressant de disposer d'un autre moyen moins coûteux que la CFD pour estimer la performance du joint. Andritz

VATech nous a fourni un programme implémentant une solution semi-empirique qui calcule la performance énergétique d'un joint droit, et qui a été adapté au cas des joints escalier (Chapitre 5). On possède ainsi une solution semi-empirique pour chaque type de joint, qui permet d'estimer « instantanément » la performance énergétique d'une géométrie particulière. Ces programmes, combinés à la solution CFD qui est plus précise, devraient permettre de réduire le coût de l'optimisation. Il faudra cependant bien évaluer les écarts entre les résultats semi-empiriques et numériques, et en tenir compte lorsque l'on combine ces deux solutions.

## 6.2 Optimisation de la longueur d'un joint droit

En reprenant les paramètres géométriques et le point de fonctionnement des joints droits du prototype de roue Churchill Falls, présentés dans le Tableau 4.5, on cherche la longueur du joint qui minimise les pertes totales. Par exemple, pour le joint droit du prototype de roue Churchill Falls de jeu 0,508mm (voir Géométries CF1 et CF2 au Tableau 4.5), la longueur optimale trouvée par le programme est 110mm (valeur optimale trouvée presque instantanément). On cherche maintenant à déterminer la longueur optimale pour le résultat numérique. Comme à la Section 4.1.4 du Chapitre 4 sur la validation du modèle CFD, le calcul numérique est réalisé avec les conditions aux limites de pression, en prenant en compte la correction basée sur la vitesse totale en sortie, et avec le maillage présenté au Tableau 4.5. De plus, on fait des calculs avec et sans la modélisation du réservoir en entrée pour voir l'influence de la modélisation du réservoir sur la position du minimum. Comme précédemment, le réservoir modélisé est du type RSS, et on utilise la même géométrie et le même maillage pour ce dernier (voir Section 4.1.4.1).

Dans un premier temps, on calcule le gradient de la fonction pertes totales, par rapport à la longueur du joint, en plusieurs points pour encadrer le minimum. On utilisera ensuite un algorithme d'optimisation à gradient pour automatiser le processus de



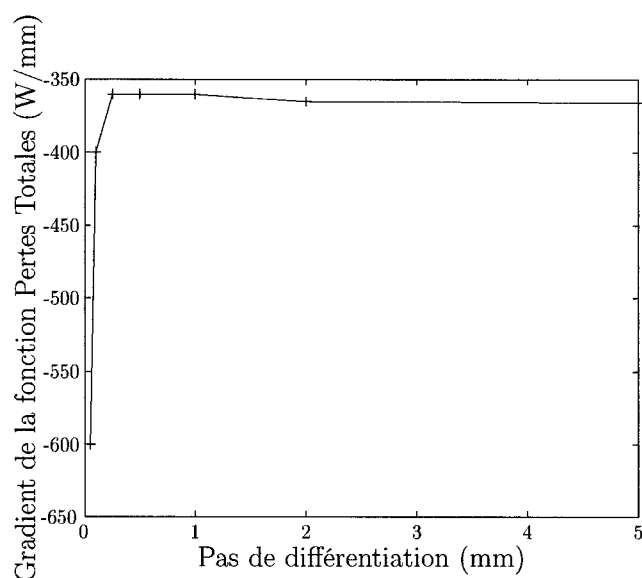


FIGURE 6.1 Analyse de sensibilité du gradient des pertes totales numériques, par rapport à la longueur du joint, pour le joint correspondant à la Géométrie CF1 avec une longueur de 100mm.

recherche de l'optimum.

### 6.2.1 Encadrement de l'optimum

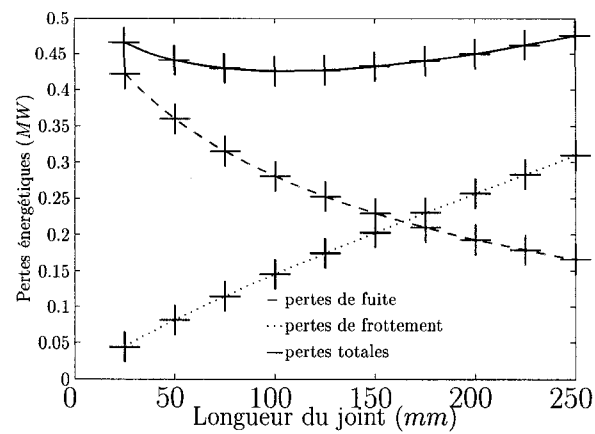
TABLEAU 6.1 Gradient des pertes totales numériques, par rapport à la longueur du joint, pour différentes longueurs de joint avec et sans modéliser le réservoir en entrée.

Longueur du joint (mm)	Pertes totales avec rés. (kW)	Gradient avec rés. (W/mm)	Pertes totales sans rés. (kW)	Gradient sans rés. (W/mm)
50	518	-840		
100	501	-340		
150	483	-100	492	-84
175	482	-6	491	3
200	483	124	492	112
225	488	223		
250	496	253		

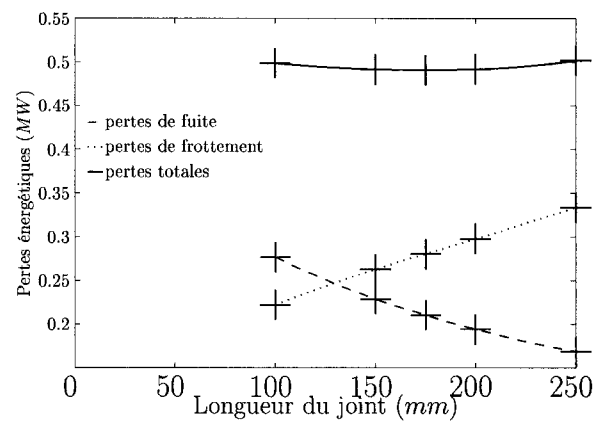
On considère les paramètres géométriques des joints CF1 et CF2 du Tableau 4.5, de

jeu 0,508mm, et on calcule le gradient des pertes totales par rapport à la longueur du joint, pour plusieurs valeurs de la longueur. Le calcul des valeurs du gradient, approximé par différences finies à l'ordre 1, nécessite le choix d'un pas de différentiation. Une analyse de sensibilité de la fonction pertes totales, par rapport à la longueur du joint, au point de longueur 100mm, donne le graphique de la Figure 6.1. A partir de ce graphique, on choisit un pas de différentiation de 0.5mm pour le calcul des gradients. Finalement, les valeurs des gradients pour plusieurs longueurs sont données dans le Tableau 6.1. La longueur optimale du joint se trouve près de 175mm, au dessus lorsque l'on modélise le réservoir en entrée, et en dessous sinon. Ainsi, que l'on modélise ou non le réservoir en entrée, on trouve à peu près la même longueur optimale. Par contre, la longueur optimale donnée par la CFD, environ 175mm, est assez différente de la longueur optimale donnée par le programme semi-empirique, 110mm. De plus, on remarque que les pertes totales pour les longueurs optimales sont plus importantes avec la CFD qu'avec le programme semi-empirique (cohérent avec les résultats de la validation).

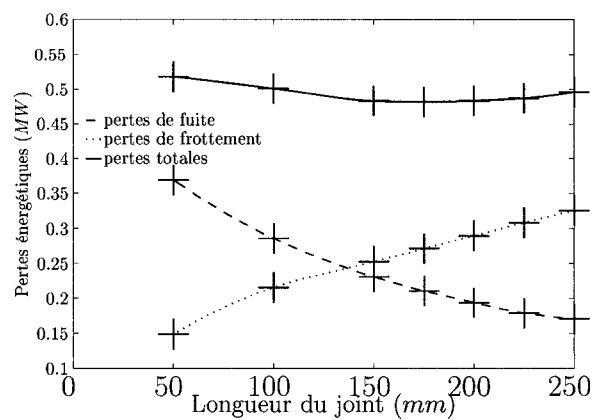
Sur les graphiques de la Figure 6.2, on représente les valeurs des pertes de fuite, de frottement et des pertes totales en fonction de la longueur du joint droit, pour la solution semi-empirique et le calcul numérique, avec et sans réservoir en entrée. On note que les pertes de frottement croissent presque linéairement avec la longueur du joint et les pertes de fuite décroissent avec une courbure plus forte. On observe sur les graphiques 6.2(b) et 6.2(c) que la longueur correspondant au minimum des pertes totales, pour le calcul numérique, est bien supérieure à 175mm, longueur pour laquelle le gradient des pertes totales par rapport à la longueur du joint est négatif au Tableau 6.1, et inférieure à 200mm, longueur pour laquelle le gradient est positif.



(a) Solution semi-empirique



(b) Calcul numérique sans réservoir en entrée



(c) Calcul numérique avec réservoir en entrée

FIGURE 6.2 Pertes énergétiques pour différentes longueurs du joint Churchill Falls, avec la solution semi-empirique et le calcul numérique avec et sans réservoir.

### 6.2.2 Automatisation du processus d'optimisation

Comme le montre les graphes de la Figure 6.2, la fonction objective des pertes totales est régulière. Un algorithme à gradient devrait donc bien fonctionner pour automatiser la recherche de la longueur optimale. On choisit d'utiliser l'algorithme d'optimisation à gradient NLPQL implémenté dans le logiciel commercial iSIGHT (Engineous Software), car son efficacité a été démontrée pour l'optimisation d'autres composants d'une turbine hydraulique dans le cadre de travaux réalisés au laboratoire MAGNU de l'École Polytechnique de Montréal, entre autres pour l'optimisation de forme de la pile d'aspirateur. L'algorithme NLPQL résout séquentiellement une approximation quadratique du problème réel d'optimisation, en linéarisant les contraintes. Le Hessien du système est approximé à chaque itération en utilisant une méthode quasi-Newton (voir Vanderplaats (1987) pour plus de détails). On relie CFX11 et iSIGHT avec des scripts, qui permettent d'utiliser iSIGHT comme une boîte noire que l'on pourrait remplacer facilement par un autre optimiseur. En particulier, les gradients sont calculés hors de iSIGHT en utilisant deux évaluations de la fonction objective (approximation d'ordre 1), et l'on choisit le pas de différentiation indépendamment de iSIGHT. Toutes les étapes nécessaires au calcul numérique sont aussi automatisées. Le maillage parabolique, étudié lors de la validation du modèle CFD, est généré avec un programme C++, qui utilise la librairie de modélisation géométrique Pirate développé au MAGNU (voir documentation MAGNU (2006)). Ce programme prend en entrée les paramètres géométriques du joint droit et les paramètres du maillage, décrits à la Section 2.3.1, et génère un maillage au format Pirate, que l'on convertit ensuite au format CGNS, utilisable par CFX11. Les étapes de pre-traitement, de lancement du calcul (distribué sur plusieurs processeurs) et de post-traitement sont aussi gérées automatiquement par des scripts.

L'utilisation de la CFD dans un processus automatisé d'optimisation nécessite la définition d'un bon critère d'arrêt du calcul numérique, pour éviter le bruit numérique.

Il faut aussi réduire au maximum le temps de calcul, car un processus d'optimisation nécessite de nombreuses évaluations de la fonction objective. Or, on a vu à la Section 3.3.4 (voir graphes 3.10 et 3.11) que le calcul avec les conditions aux limites de pression présente une convergence lente et que le critère d'arrêt est difficile à déterminer, puisque le débit n'est pas toujours totalement convergé même lorsque les maxima des résidus ont atteint de petites valeurs (quelques  $10^{-6}$ ) et oscillent.

Pour le critère d'arrêt, on spécifiait précédemment un nombre maximal d'itérations suffisant pour que la convergence du débit soit bonne. Mais le nombre d'itérations nécessaires à la convergence du débit varie avec la longueur, qui varie lors de l'optimisation. Il est donc nécessaire d'utiliser une sous-routine Fortran dans CFX11, qui mesure la variation relative du débit au cours du calcul, et arrête le calcul lorsque la valeur du débit est convergée. De plus, on impose le même nombre d'itérations aux deux calculs numériques utilisés pour le calcul du gradient, pour obtenir des gradients plus précis : pour ces géométries très proches, utiliser le même nombre d'itérations permet d'obtenir exactement la même convergence et ainsi de limiter le bruit numérique.

Comme on l'a vu à la Section 3.3.4, la convergence du calcul peut être accélérée en augmentant le pas de temps. L'utilisation d'un pas de temps quatre fois plus grand que le pas de temps calculé automatiquement par CFX11 (paramètre Time Scale Factor=4) permet par exemple de réduire le nombre d'itérations requises de 800 à 200 itérations pour le joint droit Churchill Falls de jeu 0,508mm et de longueur 100mm, et de 1500 à 500 itérations pour celui de jeu 1,778mm et de longueur 750mm. Dans ce dernier cas, la durée du calcul CFD, parallélisé sur huit processeurs, sur cette géométrie et avec un maillage composé d'environ 390000 noeuds passe de 3h30 à 1h40.

On utilise la longueur optimale donnée par le programme semi-empirique comme point de départ de l'optimisation avec la CFD. Finalement, il faut choisir les valeurs des bornes inférieures et supérieures pour la longueur du joint. Ces bornes doivent être suffisamment éloignées du point initial (la longueur optimale semi-empirique)

pour pouvoir englober le minimum numérique. Mais plus la borne supérieure est grande, plus la simulation numérique du joint dont la longueur est égale à la borne supérieure sera longue. Dans les cas que l'on simule, une borne supérieure à trois fois la valeur de la longueur initiale est suffisante. Si la borne choisie était trop petite, il suffirait de l'augmenter et de relancer l'optimisation. De plus, en pratique, la borne supérieure pour la longueur est aussi influencée par les contraintes extérieures, comme les dimensions de la roue par exemple.

Les résultats de l'optimisation numérique de la longueur du joint, pour les deux valeurs de jeu 0,508mm et 1,778mm des joints droits du prototype de roue Churchill Falls, avec le pas de différentiation 0.5mm pour le calcul des gradients, sont donnés dans le Tableau 6.2. On ne modélise pas le réservoir car on a vu que cela ne changeait pas significativement la longueur optimale. On utilise le même maillage parabolique qu'à la Section 4.1.4 (voir Tableau 4.5), à la seule différence près que l'on diminue le nombre de mailles dans la largeur du joint pour réduire le temps de calcul. On observe en effet, dans le cas de l'optimisation numérique pour le joint de jeu 0,508mm, que l'utilisation d'un plus faible nombre de mailles dans la largeur du jeu (30 au lieu de 100) a peu d'influence sur le résultat et permet de diminuer le temps de calcul.

Les optimisations effectuées, dont les résultats sont donnés au Tableau 6.2, ont fonctionné correctement. Dans tous les cas, moins de 10 évaluations de la fonction objective ont été nécessaires à l'algorithme pour vérifier le critère d'arrêt, en obtenant un gradient suffisamment petit. En réduisant le nombre de mailles dans la largeur et en parallélisant les calculs sur plusieurs processeurs, l'optimisation prends moins d'une heure pour le jeu de 0,508mm et 5h pour le jeu de 1,778mm. Ces durées sont raisonnables, sachant que l'utilisateur peut lancer l'optimisation, la laisser tourner et venir consulter plus tard le résultat, si le processus a bien fonctionné.

Pour le jeu de 0,508mm, la diminution des pertes énergétiques totales numériques (valeurs données par la CFD) entre le point initial, correspondant à la longueur opti-

TABLEAU 6.2 Longueur optimale numérique et semi-empirique du joint droit de la roue Churchill Falls pour deux valeurs différentes de jeu.

	Optimum	Performances	Maillages
<b>Jeu=0,508mm</b>			
Sol. semi-empirique	Longueur=111mm Pertes=426kW		
Calcul numérique 30 mailles largeur	Longueur=167mm Pertes=490kW	5 évaluations 54min avec 4 proc.	30000 à 90000 éléments
Calcul numérique 100 mailles largeur	Longueur=167mm Pertes=491kW	8 évaluations 10h avec 4 proc.	100000 à 300000 éléments
<b>Jeu=1,778mm</b>			
Sol. semi-empirique	Longueur=270mm Pertes=1489kW		
Calcul numérique 50 mailles largeur	Longueur=760mm Pertes=1759kW	7 évaluations 5h avec 8 proc.	130000 à 460000 éléments

male semi-empirique, et l'optimum numérique, correspondant à la longueur optimale pour le résultat CFD, est de 2%. Pour le joint de jeu 1,778mm, l'amélioration est aussi de 2%. On pouvait s'attendre à ces faibles valeurs à la vu des graphiques des Figures 6.2(c) et 6.2(b), sur lesquels la courbe des pertes totales est très plane près du minimum.

### 6.3 Optimisation de la longueur d'un joint escalier

On veut mettre en place une optimisation géométrique du joint escalier avec un seul paramètre : la longueur du joint. Le nombre de marches, le rapport de la largeur et de la hauteur de marche, le jeu radial et axial et la valeur du rayon sont fixes. Cette démarche imite la façon de faire des designers qui dimensionnent les joints escalier : ils choisissent le nombre de marches qui leur paraît le plus adapté à la chute de pression (plus la chute est grande, plus le nombre de marches choisi est élevé pour réduire le débit), puis choisissent une longueur de joint. Plusieurs optimisations, avec des

nombres de marches différents sélectionnés par le designer, pourront être réalisées. Comme on l'a fait à la section précédente pour les joints droits, on cherche dans un premier temps à encadrer l'optimum en utilisant la solution semi-empirique et la solution numérique.

On considère plusieurs géométries différentes de joint escalier, à partir desquelles on fait varier la longueur totale pour réduire les pertes énergétiques : le joint escalier CF2 du prototype de roue Churchill Falls (deux marches avec un jeu radial de 0,508mm), et les joints escaliers A2 et B5, correspondant à des géométries d'essai testées en laboratoire<sup>1</sup> (respectivement deux et cinq marches, avec un jeu radial de 0,165mm). Ces géométries sont décrites dans le Tableau 5.1 à la page 111. Comme dans la Section 5.3.3, les calculs numériques sont faits en modélisant le réservoir en entrée (réservoir de type RSS, voir description à la Section 4.1.4.1), avec le maillage décrit dans le Tableau 5.2, et en utilisant des conditions aux limites de pression.

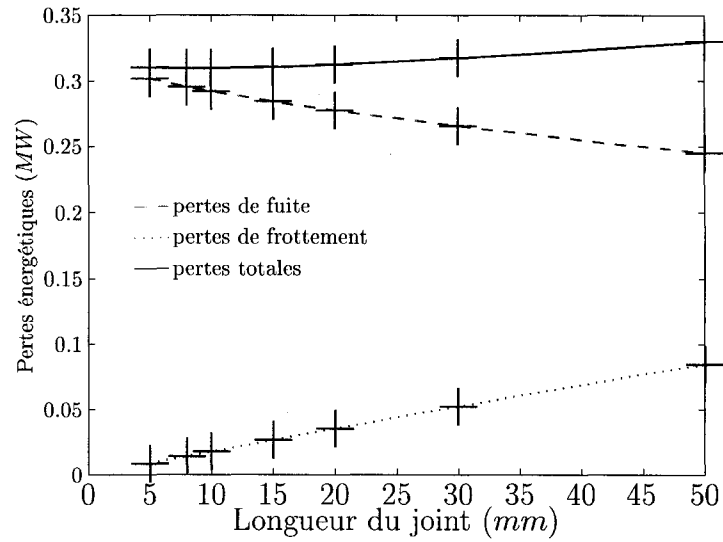
### 6.3.1 Encadrement de l'optimum

Dans le but de tester le comportement de la fonction objectif des pertes énergétiques totales pour un joint escalier, on considère la Géométrie de joint escalier CF2 que l'on modifie en faisant varier la hauteur totale du joint, tout en gardant le même rapport de la hauteur sur la largeur de marche. Sur les graphiques de la Figure 6.3, on représente les valeurs des pertes de fuite, de frottement et des pertes totales, correspondant à la solution semi-empirique et au calcul numérique, pour différentes longueurs totales du joint. On observe la même tendance générale que pour le joint droit, à la fois pour le résultat semi-empirique et pour le résultat numérique : les pertes de frottement augmentent avec la longueur du joint alors que les pertes de fuite décroissent. Mais le résultat numérique présente une irrégularité : entre les longueurs de 10mm et 20mm, le débit de fuite diminue lorsque l'on réduit la longueur du joint. Ce phénomène

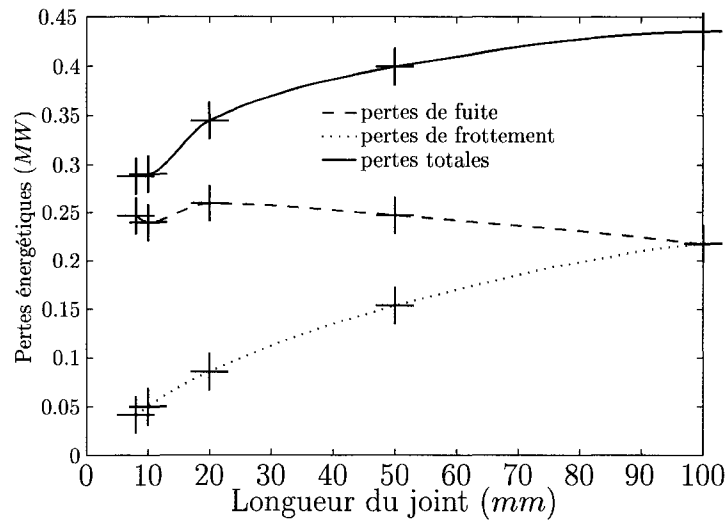
---

<sup>1</sup>Rappelons que l'on ne possède malheureusement pas les résultats expérimentaux associés à ces géométries





(a) Solution semi-empirique



(b) Calcul numérique avec réservoir en entrée

FIGURE 6.3 Évolution des valeurs semi-empiriques et numériques des pertes énergétiques avec la longueur totale du joint, pour le joint escalier CF2 avec deux marches du prototype de roue Churchill Falls.

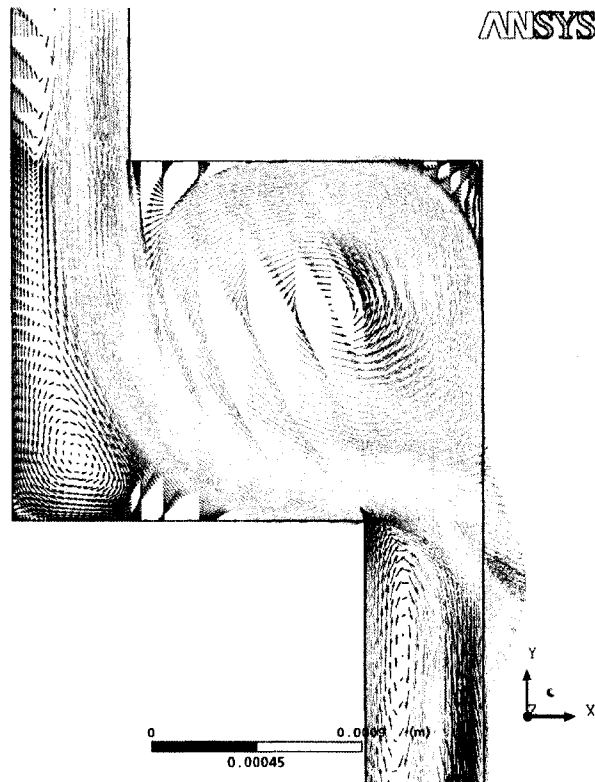


FIGURE 6.4 Champ des vecteurs vitesse dans le plan de symétrie du joint, pour le joint escaler CF2 de longueur totale 10mm.

peut s'expliquer par le fait que, dans cette zone, le transfert d'énergie cinétique d'un morceau vertical de joint droit au suivant, diminue brusquement lorsque l'on réduit la longueur des morceaux horizontaux de joint droit. Comme on le voit sur la Figure 6.4, l'écoulement ne s'est pas encore redressé horizontalement, qu'il heurte déjà la marche suivante, ce qui l'empêche de s'engouffrer facilement dans la partie verticale suivante. Ce phénomène, souvent mentionné dans le cas de joints labyrinthe escaler, réduit le débit et donc les pertes de fuite.

Les pertes énergétiques totales semi-empiriques et numériques décroissent lorsque l'on réduit la longueur du joint, même pour des longueurs très faibles de joint. On observe cependant un minimum entre les longueurs 5mm et 10mm. Ce minimum se devine sur les graphes de la Figure 6.3 et le gradient de la fonction pertes totales, calculé par différences finies, est bien négatif pour la longueur 7mm, à la fois avec

le résultat numérique et le résultat semi-empirique. Mais cette longueur optimale est très faible en comparaison de la longueur optimale du joint droit correspondant (même jeu radial, même rayon et mêmes conditions de fonctionnement), qui vaut 111mm semi-empiriquement, et 167mm numériquement (voir Tableau 6.2 à la section précédent).

On observe les mêmes tendances avec les Géométries d'essai A2 et B5. Les pertes totales numériques et semi-empiriques diminuent toujours lorsque l'on réduit la longueur totale du joint, même pour les plus petites longueurs possibles. Dans le Tableau 6.4, on peut lire les valeurs numériques des pertes totales pour plusieurs longueurs du joint A2, comprises entre 2,5mm et 21,5mm. Pour comparaison, la longueur optimale pour le joint droit correspondant (même jeu radial, même rayon et mêmes conditions de fonctionnement), donnée par le programme semi-empirique, est 9mm.

Ainsi, pour les cas testés, les pertes totales diminuent toujours lorsque l'on réduit la longueur du joint escalier, car les pertes de fuite n'augmentent pas assez pour s'opposer à la réduction des pertes de frottement. Par rapport au cas du joint droit, la présence des marches de l'escalier limite plus le débit lorsque l'on raccourcit le joint. Avec une longueur totale aussi faible, le débit, et donc aussi la vitesse dans le joint escalier, sont importants et le risque de cavitation est grand. On étudie donc l'apparition de la cavitation dans la section suivante.

### 6.3.2 Cavitation

Dans toutes les simulations faites sur des joints escalier (au Chapitre 5 et dans ce chapitre), on observe que la pression minimale se situe soit à la sortie du joint, soit dans la zone de recirculation au niveau de la vena contracta à l'entrée du dernier morceau vertical de joint droit. Si la pression minimale se situe à la sortie du joint, il n'y a pas de risque de cavitation car la turbine est conçue pour qu'il n'y ait pas de

cavitation derrière la roue, zone où débouche le joint, dans des conditions normales de fonctionnement. Par contre, si la pression minimale se situe dans le joint, au niveau de la vena contracta, il faut vérifier que la valeur de la pression minimale est supérieure à la pression de vapeur (si elle est inférieure, il y a cavitation). Numériquement, on observe bien que les valeurs minimales de pression dans le joint sont de plus en plus faibles lorsque l'on réduit la longueur totale du joint et que le débit augmente.

Pour le joint escalier CF2 du prototype de roue Churchill Falls, avec une pression en sortie du joint de 310kPa (valeur utilisée dans l'étude du joint droit de la roue Churchill Falls, voir Section 4.1.4), on rapporte dans le Tableau 6.3 les valeurs de la pression minimale, située dans la vena contracta à l'entrée du dernier morceau vertical de joint droit, pour différentes longueurs totales de joint, comprises entre 8mm et 100mm. La pression d'évaporation étant de 1,782kPa à 15,6°C, température de fonctionnement du joint, la cavitation apparaît pour des longueurs de joint inférieures à 50mm. Ainsi, bien que la longueur totale 8mm minimise la fonction des pertes totales pour cette géométrie de joint escalier (voir section précédente), on ne peut retenir cette géométrie à cause de la cavitation.

Le Tableau 6.4 donne les valeurs numériques des pertes totales et de la pression de sortie en dessous de laquelle apparaît la cavitation dans le joint ( $P_{sortie}$  critique), pour plusieurs longueurs du joint d'essai A2, comprises entre 2,5mm et 21,5mm. On ne connaît pas la pression de sortie utilisée pour les tests sur la Géométrie A2, mais on note que pour la longueur totale 5mm la pression minimale en sortie du joint vaut déjà plus d'un tiers de la différence de pression aux bornes du joint.

TABLEAU 6.3 Valeurs minimales de la pression dans le joint, obtenues avec la CFD, pour différentes longueurs totales du joint escalier CF2.

Longueur (mm)	8	10	20	50	100
$P_{min}$ (kPa)	-235	-296	-254	8	257

On a donc observé, dans les deux cas étudiés, que l'apparition de la cavitation limite la

TABLEAU 6.4 Valeurs numériques de la perte totale et de la pression de sortie en dessous de laquelle apparaît la cavitation dans le joint, pour plusieurs longueurs totales du joint escalier A2.

Longueur (mm)	2,5	5	10	21,5
Pertes totales (kW)	1,99	2,46	2,81	3,38
$P_{sortie}$ critique (kPa)	146	127	79	4

réduction de la longueur du joint, avant que le minimum énergétique ne soit atteint : la cavitation est donc le phénomène limitant pour cette optimisation.

### 6.3.3 Recherche de la longueur totale minimale non cavitante d'un joint escalier

En absence de minimum énergétique, la géométrie la plus efficace est la moins longue possible qui permette encore d'éviter la cavitation. L'optimisation de la longueur totale du joint escalier ne consiste plus à minimiser la fonction des pertes totales mais à trouver la longueur du joint pour laquelle la pression minimale dans le joint ( $P_{min}$ ) est égale à la pression d'évaporation de l'eau à la température de fonctionnement ( $P_{vap}$ ), en rajoutant un facteur de sécurité au besoin. On cherche donc le zéro de la fonction  $P_{min} - P_{vap}$ .

Le facteur limitant la réduction de la longueur totale du joint étant la cavitation, sa prédiction précise devient importante. Comme on l'a vu à la Section 5.3.3.3 dans le chapitre précédent, le critère de cavitation semi-empirique sous-estime la cavitation par rapport aux résultats donnés par le calcul numérique, dans le cas des joints escalier. Pour le joint escalier CF2, on compare les critères semi-empirique et numérique d'apparition de la cavitation dans le Tableau 6.5, dans le lequel on rapporte les valeurs numériques et semi-empiriques de la pression en sortie du joint en dessous de laquelle la cavitation apparaît dans la vena contracta à l'entrée du dernier morceau vertical

de joint droit. On observe les mêmes tendances qu'à la Section 5.3.3.3 : la pression de sortie en dessous de laquelle apparaît la cavitation dans le joint est plus grande numériquement (on peut dire que la cavitation est prédite « avant » numériquement), et les différences sont comprises entre 200kPa et 400kPa.

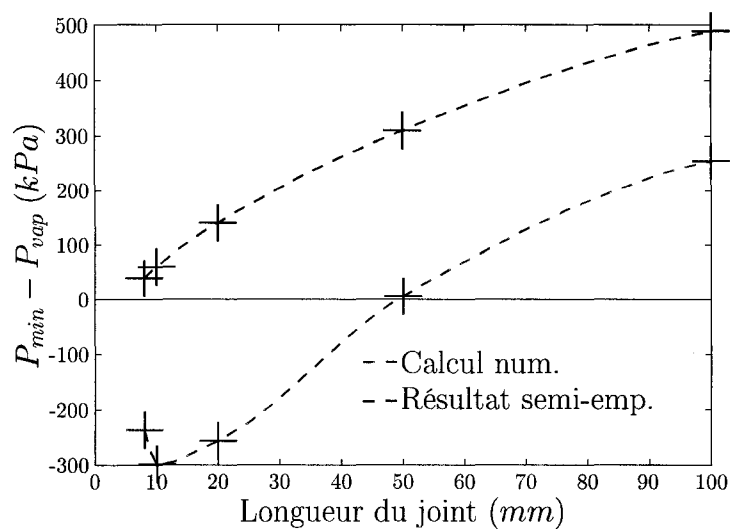
La Figure 6.5 représente l'évolution des valeurs semi-empiriques et numériques de la fonction  $P_{min} - P_{vap}$ , pour différentes longueurs totales du joint CF2 et du joint A2. La valeur de la pression en sortie du joint est 310kPa pour le joint CF2 (conditions de fonctionnement de la roue Churchill Falls) et 100kPa pour le joint A2 (valeur arbitraire). La fonction est assez régulière et on observe que les courbes semi-empiriques et numériques présentent la même pente.

TABLEAU 6.5 Valeurs numériques et semi-empiriques de la pression en sortie du joint en dessous de laquelle la cavitation apparaît dans la vena contracta à l'entrée du dernier morceau vertical de joint droit, pour différentes longueurs totales du joint escalier CF2.

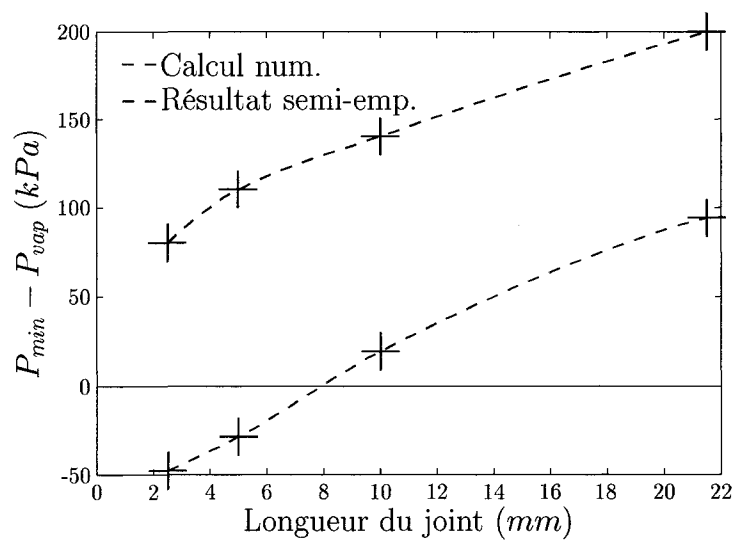
Longueur (mm)	$P_{sortie}$ critique (kPa)	
	Numérique	Semi-empirique
8	547	270
10	608	250
20	566	170
50	304	0
100	57	-170

Ainsi, sur les graphes de la Figure 6.5, on remarque que la courbe semi-empirique de la fonction  $P_{min} - P_{vap}$  semble être la translaté de la courbe numérique. Ce simple décalage entre les deux courbes peut être exploité. Comme le résultat semi-empirique est obtenu instantanément, l'idée est de recalculer la courbe semi-empirique sur la courbe numérique, en comparant leur valeur en un seul point, puis de chercher le zéro de la nouvelle courbe semi-empirique ainsi corrigée. L'algorithme utilisé peut être divisé en trois étapes :

1. Un calcul numérique et un calcul semi-empirique sont réalisés pour une même



(a) Joint Churchill Falls CF2



(b) Joint d'essai A2

FIGURE 6.5 Évolution des valeurs numériques et semi-empiriques de la fonction  $P_{min} - P_{vap}$ , avec la longueur totale du joint escalier, pour les Géométries CF2 et A2.

longueur de joint. On calcule la différence entre les deux valeurs, numériques et semi-empiriques, de la fonction  $P_{min} - P_{vap}$  obtenues. Cette différence est ensuite utilisée pour corriger le résultat semi-empirique et le recaller sur la solution numérique.

2. On cherche la longueur totale du joint correspondant au zéro de la nouvelle fonction  $P_{min} - P_{vap}$  semi-empirique corrigée, prenant en compte la différence calculée à l'étape précédente. On utilise une simple dichotomie, le calcul semi-empirique étant très rapide.
3. On peut reprendre l'étape 1 avec la longueur déterminée à l'étape précédente, pour améliorer la précision de l'estimation.

L'algorithme décrit ci-dessus est automatisé. Comme pour l'optimisation de la longueur d'un joint droit, les étapes du calcul CFD sont gérées automatiquement par des scripts bash, et les calculs semi-empiriques et la dichotomie par des fonctions Fortran. L'algorithme global est géré par des scripts bash. Les trois principaux paramètres à régler avant de lancer l'algorithme sont : la longueur initiale du joint escalier, les bornes sur la longueur et le nombre de calculs numériques que l'on veut réaliser (nombre de fois que les étapes 1 et 2 de l'algorithme décrit ci-dessus sont exécutées). Bien sur, il faut aussi préciser les caractéristiques géométriques du joint et son point de fonctionnement, ainsi que les paramètres de la simulation numérique (critère d'arrêt, nombre de processeurs pour la parallélisation du calcul...). Les paramètres du maillage peuvent être choisis par l'utilisateur, ou calculés automatiquement, par analogie avec la solution analytique pour un écoulement turbulent sur une plaque plane, de manière à avoir à priori des  $y^+$  inférieurs à 2.

La recherche de la longueur minimale non cavitante, avec l'algorithme présenté ci-dessus, a été réalisée pour la Géométrie de joint escalier CF2 du prototype de roue Churchill Falls, et la Géométrie d'essai A2. On présente les résultats dans le Tableau 6.6. Chaque ligne donne le résultat associé à une « passe » de l'algorithme (les



TABLEAU 6.6 Résultats de la recherche de la longueur minimale non cavitante d'un joint escalier, pour les Géométries A2 et CF2.

Géométrie de base	$L_{initiale}$ (mm)	$P_{min}$ num. (kPa)	$P_{min}$ semi-emp. (kPa)	Correction (kPa)	$L_{finale}$ (mm)	Pertes totales num. (kW)
A2						
1 <sup>er</sup> passe	21,5	94	201	-107	5,0	3,74
2 <sup>eme</sup> passe	5,0	-16	110	-126	7,2	2,35
3 <sup>eme</sup> passe	7,2	-5	128	-133	8,1	2,71
CF2						
1 <sup>er</sup> passe	100	259	487	-228	33,9	462
2 <sup>eme</sup> passe	33,9	-116	236	-352	60,6	382
3 <sup>eme</sup> passe	60,6	88	360	-271	40,9	419

étapes 1 et 2). Dans les deux cas, on a réalisé trois « passes », soit trois calculs numériques. La longueur initiale utilisée pour la Géométrie A2 (21,5mm) correspond à la longueur de la géométrie d'essai qui nous a été fournie. Pour la Géométrie CF2, on choisit 100mm comme longueur de départ, la longueur optimale semi-empirique pour le joint droit associé à cette géométrie étant 111mm.

Dans le tableau des résultats, on voit que la pression numérique minimale ( $P_{min}$  num.) se rapproche bien de zéro pour les trois calculs CFD successifs. De manière à obtenir un résultat encore plus précis, on fait une interpolation linéaire avec les deux dernières valeurs numériques de la pression minimale, de manière à trouver la longueur totale du joint telle que  $P_{min}$  num. =  $P_{vap}$ . On obtient 8,5mm pour la Géométrie A2 et 49,3mm pour la Géométrie CF2. On observe sur les graphiques de la Figure 6.5 que ces valeurs sont proches du croisement des courbes représentant la quantité numérique  $P_{min} - P_{vap}$  avec l'axe des abscisses. Le temps nécessaire à l'algorithme pour s'exécuter, correspondant à peu près à la durée des trois calculs CFD, est 50 minutes pour la Géométrie A2, les calculs ayant été parallélisés sur 4 processeurs, et 2 heures pour la Géométrie CF2, les calculs ayant été parallélisés sur 8 processeurs (processeurs AMD Opteron 246 de fréquence 2GHz). De plus, l'amélioration de la

performance énergétique des joints escalier est plus importante que pour les joints droits. Les pertes énergétiques totales numériques ont diminuées d'environ 25% pour la Géométrie A2 et 15% pour la Géométrie CF2, entre le joint de longueur initiale et le joint de longueur finale.

## CONCLUSION

Chez AndritzVATech, les joints hydrauliques avaient été étudiés seulement à l'aide d'études expérimentales et de solutions semi-empiriques, et la CFD n'avait jamais été utilisée pour le calcul d'écoulements dans des jeux aussi petits que ceux que l'on trouve dans les joints hydrauliques (moins de 1mm). L'utilisation de la CFD dans ce travail est donc une contribution nouvelle à l'étude des joints pour Andritz VATech. Le modèle CFD choisi (choix d'un modèle de turbulence bas Reynolds RANS en particulier) est un compromis entre précision de l'estimation des performances énergétiques du joint, et rapidité du temps de calcul, pour que la CFD puisse être intégrée dans le processus de conception d'une roue de turbine, et plus particulièrement dans un processus d'optimisation géométrique du joint. Le modèle CFD a été validé à l'aide de résultats expérimentaux, pour estimer la précision des résultats numériques. Lors de la validation, on a été confronté au problème de la disparité d'échelle entre le joint lui-même et les réservoirs présents aux extrémités du joint. Différentes façons de modéliser les réservoirs, ainsi que différentes formulations analytiques estimant les pertes de charge dans les réservoirs ont été analysées et comparées. Finalement, la modélisation des réservoirs a été abandonnée et des estimations analytiques des pertes de charge en entrée et en sortie du joint ont été utilisées. La formulation et l'utilisation d'une estimation analytique prenant en compte la vitesse totale moyenne du fluide à la sortie du joint a permis d'obtenir des résultats numériques proches des résultats expérimentaux et semi-empiriques. Le logiciel Ansys CFX11 a permis d'imposer des conditions aux limites de débit ou de pression, en prenant en compte les pertes de charge analytiques en entrée et en sortie du joint. La convergence est plus lente avec les conditions aux limites de pression, mais le temps de calcul total reste acceptable pour l'utilisation de la CFD dans un processus d'optimisation.

Les écarts entre les résultats numériques, obtenus avec le modèle CFD sélectionné, et

les résultats expérimentaux sur cinq géométries différentes de joints droits, vont jusqu'à 20% pour le coefficient de débit et jusqu'à 50% pour le moment exercé sur le rotor. La comparaison des coefficients de débit pour deux géométries de joints labyrinthe donne également des erreurs entre 10% et 30%. Ces erreurs sont importantes, mais on observe que les résultats numériques pour le débit sont généralement aussi proches ou plus proches des résultats expérimentaux, que les résultats des programmes semi-empiriques pour les joints droits et les joints labyrinthe utilisés chez AndritzVATech, programmes pourtant corrélés à un grand nombre de résultats expérimentaux. Pour le moment, les résultats de la CFD sont inférieurs aux valeurs expérimentales dans le cas des joints droits (cohérent avec le fait que l'on ne modélise pas la rugosité), et ils sont plus précis que les valeurs données par le programme semi-empirique. Les erreurs importantes obtenues pourraient être réduites en utilisant une meilleure estimation de la perte de charge dans les réservoirs en amont et en aval du joint, et en modélisant de façon adéquate la rugosité. Cependant des effets dynamiques, ou une excentricité non contrôlée, pourraient aussi être la cause d'une incertitude importante sur les mesures expérimentales.

Pour accélérer les processus d'optimisation, on a combiné la CFD avec des solutions semi-empiriques, dont le coût est négligeable par rapport à la CFD. Une solution semi-empirique pour les joints escalier a donc été développée en s'inspirant de la solution semi-empirique existante pour les joints droits, et a été validée à l'aide de la CFD. Au vu des tests réalisés, cette solution semi-empirique pour les joints escalier est aussi précise par rapport au résultat CFD que celle pour les joints droits.

L'application finale est la mise en place de processus d'optimisation géométrique des joints droits et escalier, la fonction à minimiser étant la perte énergétique totale dans le joint. Dans les deux cas, on ne choisit qu'un seul paramètre pour l'optimisation : la longueur totale du joint.

Pour le joint droit, les pertes totales présentent une évolution régulière en fonction de

la longueur totale du joint, ce qui permet d'utiliser l'algorithme à gradient NLPQL implémenté dans le logiciel commercial Isight. La durée du processus d'optimisation pour deux géométries différentes testées, respectivement 54 minutes et 5 heures, est acceptable car le processus est totalement automatisé : l'utilisateur n'a qu'à lancer l'optimisation, après avoir réglé tous les paramètres, et l'exécution se fait sans son intervention. La diminution des pertes énergétiques totales numériques (valeurs données par la CFD) entre le point initial, correspondant à la longueur optimale semi-empirique, et l'optimum numérique, est seulement de 2% dans les deux cas.

Pour les joints escalier, on observe que, soit la fonction des pertes totales ne présente pas de minimum, même pour les plus petites longueurs possibles, soit le minimum correspond à une longueur très faible pour laquelle il y a cavitation dans le joint. La problématique de l'optimisation est donc changée : on cherche la longueur minimale pour laquelle le joint ne cavite pas. Le processus d'optimisation que l'on met en place a recours à la CFD seulement pour recalculer les résultats semi-empiriques, et permet d'obtenir un résultat précis (proche du zéro) en ayant recours à peu de calculs numériques : on a fait seulement trois calculs CFD dans les deux cas tests réalisés, et la durée totale du processus d'optimisation le plus long est seulement de 2 heures, en parallélisant le calcul sur 8 processeurs de 2 GHz. Finalement, on note que la diminution des pertes totales, qui dépend du point initial utilisé, est beaucoup plus significative que dans le cas des joints droits. L'optimisation a permis de diminuer les pertes totales numériques de 25% et 15% pour les deux cas testés.

### Travaux futurs

Afin d'améliorer la précision du modèle CFD pour la prédiction des performances énergétiques d'un joint hydraulique et la prédiction de la cavitation, plusieurs travaux pourraient être entrepris, en plus de ceux présentés ici. Le premier serait de modéliser la rugosité des parois. La rugosité pour le modèle de turbulence à bas Reynolds  $\kappa - \omega$

n'est pas implémentée dans CFX11, mais une telle implémentation est réalisable (Wilcox (1999)). Si aucun autre solveur commercial ne possède cette option, une solution serait d'utiliser le solveur numérique open-source OpenFOAM, adapté à la résolution des équations de Naviers-Stokes, et d'y implémenter la rugosité. Ce solveur numérique, qui propose de nombreux modules appliqués à la mécanique des fluides (modèles de turbulence par exemple), est en effet de plus en plus utilisé dans le domaine des turbines hydrauliques<sup>2</sup>. Dans le code C++ de ce solveur, l'utilisation de conventions et notations proches des appellations utilisées en mécanique devrait en faciliter la compréhension.

Un autre travail, qui permettrait de mieux connaître la précision du modèle CFD et des solutions semi-empiriques, serait une étude expérimentale. Nous avons déjà mentionné que nous ne possédons pas de résultats expérimentaux pour les joints escalier. Une campagne d'essai sur des joints escalier permettrait de valider le modèle CFD et la solution semi-empirique sur ces géométries. L'étude expérimentale de la cavitation permettrait également de valider les prédictions obtenues avec la CFD.

En ce qui concerne la perte de charge en amont et en aval du joint, on a considéré des élargissements et rétrécissements brusques dans ce travail. Or il semble que les designers de joints chez Andritz VATEch utilisent parfois d'autres types d'entrée. Il serait peut être intéressant de les modéliser et voir l'influence de ce choix sur la fuite dans le joint.

Les processus d'optimisation développés lors de ce travail pourraient être intégrés à l'ensemble du processus de design d'une roue. De plus, en fonction des besoins des designers, d'autres paramètres géométriques, autre que la longueur totale du joint, pourraient être ajoutés. Finalement, et idéalement, un processus d'optimisation plus global de la géométrie des joints pourrait être développé. Il prendrait en compte le coût de fabrication de chaque type de joint, et serait capable de déterminer quel est

---

<sup>2</sup>chez HydroQuébec, au Department of Applied Mechanics at Chalmers University of Technology, ou encore au MAGNU

le type de joint le plus adapté, ainsi que ses caractéristiques géométriques, pour une roue et une plage de fonctionnement données.

## RÉFÉRENCES

ABOULAICH, R., AZELMAT, K., BARANGER, J. ET SOUISSI, A. (2000). Shape optimization of labyrinth seals. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 10, 381–404.

ANSYS (2005). *ANSYS CFX-Solver, Release 10.0 : Theory*. ANSY Inc.

ASOK, S., SANKARANARAYANASAMY, K., SUNDARARAJAN, T., RAJESH, K. ET SANKAR GANESHAN, G. (2007). Neural network and CFD-based optimisation of square cavity and curved cavity static labyrinth seals. *Tribology International*, 40, 1204–1216.

BILGEN, E., BOULOS, R. ET AKGUNKOR, A. (1973). Leakage and frictional characteristics of turbulent helical flow in fine clearance. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 95(4), 493–497.

CANDEL, S. (1990). *Mécanique des fluides*. Bordas.

CHOCHUA, G., SHYY, W. ET MOORE, J. (2002). Computational modeling for honeycomb stator gas annular seal. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, 1849–1863.

CRAWFORD, N. M., CUNNINGHAM, G. ET SPENCE, S. W. T. (2007). An experimental investigation into the pressure drop for turbulent flow in 90 ° elbow bends. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E : Journal of Process Mechanical Engineering*, 221, 77–88.

EGLI, A. (1935). The leakage of steam through labyrinth seals. *Transactions of ASME*, 57, 115–122.



ELROD, H. ET NG, C. W. (1967). A theory of turbulent films and its application to bearings. *ASME Journal of Lubrification Technology*, 89, 347–362.

ELROD, H. G. (1973). Some refinements of the theory of the viscous screw pump. *ASME Journal of Lubrification Technology*, 95, 82–93.

GEAR, J., STUBERT, B., BROUILLET, B. ET DE VITO, L. (2005). Interaction of shroud leakage flow and main flow in a three-stage LP turbine. *Journal of Turbomachinery*, 127, 649–658.

GULICH, J. F. (2003). Disk friction losses of closed turbomachine impellers. *Forschung im Ingenieurwesen*, 68, 87–95.

ITO, H. (1960). Pressure losses in smooth pipe bends. *ASME Journal of Basic Engineering*, 82, 131–143.

KAYE, J. ET ELGAR, E. (1958). Model of adiabatic and diabatic fluid flow in annulus with an inner rotating cylinder. *Transactions of ASME*, 80, 753–765.

LANG, J. (1964). Investigation of discharge coefficient for different labyrinth seals. Internal report No 53-1256BT, D.E.W.

MA, Z.-Y., YANG, X.-M. ET HUANG, J.-Y. (2006). A study on self-excited vibration of labyrinth seal. 2006, 23st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Yokohama.

MAGNU (2006). *Manuel de l'utilisateur : Bibliothèque de classes Pirate*. Laboratoire de Maillages et géométries numériques (MAGNU).

MARTIN, H. M. (1908). Labyrinth packings. *Engineering*, 85, 33–36.

MENTER, F., KUNTZ, M. ET LANGTRY, R. (2003). Ten years of experience with

the SST turbulence model. *Turbulence, Heat Mass Transfer*, 4, 625–632.

MORRISON, G., JOHNSON, M. ET TATTERSON, G. (1991). 3-D laser anemometer measurements in a labyrinth seal. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 113, 119–125.

MUNSON, YOUNG ET OKIISHI (1998). *Fundamentals of fluid mechanics*. Wiley.

NG, C. W. ET PAN, C. H. T. (1965). A linearized turbulent lubrication theory. *ASME Journal of Basic Engineering*, 87, 675–688.

RHODE, D. ET HIBBS, R. (1992). Tooth thickness effect on the performance of gas labyrinth seals. *Journal of Tribology*, 114, 790–795.

RHODE, D. ET HIBBS, R. (1993). Clearance effects on corresponding annular and labyrinth seal flow leakage characteristics. *Journal of Tribology*, 115, 699–704.

RHODE, D., JOHNSON, J. ET BROUSSARD, D. (1997a). Flow visualization and leakage measurements of stepped labyrinth seals : Part 1-annular groove. *Journal of Turbomachinery*, 119, 839–843.

RHODE, D., JOHNSON, J. ET BROUSSARD, D. (1997b). Flow visualization and leakage measurements of stepped labyrinth seals : Part 2-sloping surfaces. *Journal of Turbomachinery*, 119, 844–848.

RHODE, D., KO, S. ET MORRISON, G. (1994). Leakage optimization of labyrinth seals using a Navier-Stokes code. *Tribology Transactions*, 37, 105–110.

RHODE, D. ET NAIL, G. (1992). Computation of cavity by cavity flow development in generic labyrinth seals. *Journal of Tribology*, 114, 47–51.

SCHRAMM, V., DENECKE, J., KIM, S. ET WITTIG, S. (2004). Shape optimi-

zation of a labyrinth seal applying the simulated annealing method. *International Journal of Rotating Machinery*, 10, 365–371.

SNECK, H. J. (1974). Labyrinth seal literature survey. *Journal of Lubrication Technology*, 96, 579–582.

STAUBLI, T. ET BISSIG, M. (2002). Numerical parameter study of rotor side spaces. 2002, 21st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Lausanne, Suisse.

STOFF, H. (1980). Incompressible flow in a labyrinth seal. *Journal of Fluid Mechanics*, 100, 817–829.

TAYLOR, C. M. ET DOWSON, D. (1974). Turbulent lubrication theory application to design. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 96, 36–47.

TREMBLAY, P. (1996). *Estimation d'erreur et controle du maillage appliqués à la simulation d'écoulements dans des joints hydrauliques*. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montréal.

VANDERPLAATS, G. (1987). *Numerical optimization techniques*. Springer-Verlag.

VERMES, G. (1961). A fluid mechanics approach to the labyrinth seal leakage problem. *ASME Journal of Engineering for Power*, 83, 161–169.

VU, T. (1976). Analysis of straight seal tests. Internal report No 1230-7, D.E.W.

VU, T. (1978a). Straight seal analysis and computer program. Internal report No 1230-17, D.E.W.

VU, T. (1978b). Viscous seal : theoritical analysis and computer program. Internal report No 1230-18, D.E.W.

WASCHKA, W., WITTIG, S. ET KIM, S. (1992). Influence of high rotational speeds on the heat transfer and discharge coefficients in labyrinth seals. *Journal of Turbomachinery*, 114, 462–68.

WHITE, F. (1999). *Fluid mechanics*. Mc Graw-Hill.

WILCOX, D. (1988). Multiscale model for turbulent flows. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 11, 1311–1320.

WILCOX, D. (1999). *Turbulence modelling for CFD*. DCW Industries Inc.

WILLENBORG, K., KIM, S. ET WITTIG, S. (2001). Effects of Reynolds number and pressure ratio on leakage loss and heat transfer in a stepped labyrinth seal. *Journal of Turbomachinery*, 123, 815–821.

## ANNEXE I

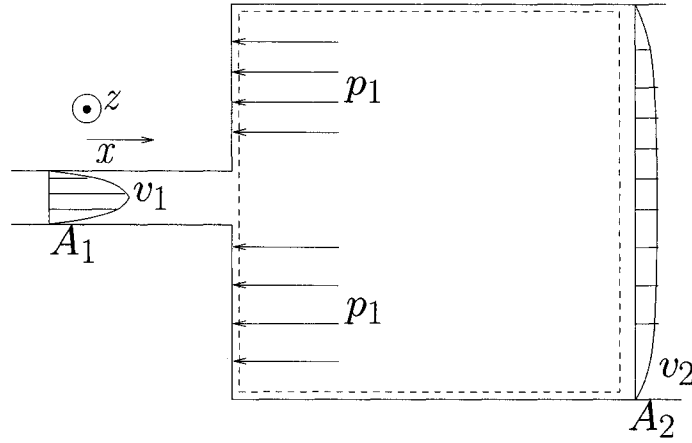
**Perte de charge dans une conduite présentant un élargissement brusque.**

FIGURE I.1 Schématisation de l'écoulement dans un élargissement brusque.

Lorsqu'on considère deux conduites de sections différentes reliées entre elles, il y a un élargissement brusque de la section au passage de l'une à l'autre (figure I.1). L'expérience montre que l'écoulement décolle de la paroi à l'entrée de l'élargissement. Dans la région décollée il y a formation de tourbillons et ce processus induit une perte de charge. Lorsqu'on considère un écoulement seulement axial, un simple bilan de masse et de quantité de mouvement sur un volume de contrôle judicieusement choisi permet de calculer cette perte de charge en utilisant l'hypothèse que **la pression sur la section  $A_2 - A_1$  adjacente à la région décollée est égale à  $p_1$**  (cette hypothèse s'appuie sur des observations expérimentales). Le volume de contrôle choisi pour l'analyse est en pointillé sur la figure I.1.

Bilan de masse entre les sections 1 et 2 :

$$\dot{m} = \rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2 \quad (\text{I.1})$$

Si on désigne par  $F_x$  la projection de la force qu'exerce la paroi du conduit sur le fluide en écoulement entre les sections 1 et 2, le bilan de quantité de mouvement projeté sur l'axe  $x$  nous donne :

$$F_x = \dot{m}(v_2 - v_1) + p_2 A_2 - p_1 A_1 \quad (\text{I.2})$$

D'autre part la force qu'exerce la paroi sur le fluide, projetée suivant  $x$  se réduit à la somme de pression qui s'exercent sur la section  $A_2 - A_1$ . En utilisant l'hypothèse qu'on a faite sur la pression au niveau de cette paroi, on en déduit que :

$$F_x = p_1(A_2 - A_1) \quad (\text{I.3})$$

En combinant les deux relations précédentes on obtient finalement :

$$p_1(A_2 - A_1) = \dot{m}(v_2 - v_1) + p_2 A_2 - p_1 A_1 \quad (\text{I.4})$$

soit :

$$(p_1 - p_2)A_2 = \dot{m}(v_2 - v_1) \quad (\text{I.5})$$

En substituant :  $\dot{m} = \rho A_2 v_2$ , on obtient finalement :

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = v_2(v_2 - v_1) \quad (\text{I.6})$$

La perte de charge entre les section 1 et 2 est, par unité de masse de fluide :

$$e_v = \left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2}\right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}\right) \quad (\text{I.7})$$

Et finalement en substituant I.6 dans I.7 on élimine la pression et on obtient la perte

de charge usuelle :

$$e_v = \frac{v_1^2}{2} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (\text{I.8})$$

Lorsque le rapport  $A_1/A_2$  est très petit, c'est à dire lorsque le conduit 1 débouche sur un conduit de très grande section, la perte de charge vaut  $e_v = v_1^2/2$  : toute l'énergie cinétique du fluide avant sa sortie est dissipée.

L'analyse précédente, extraite de Candel (1990), a été faite pour un écoulement seulement axial et la vitesse n'avait qu'une seule composante. On reprend maintenant l'analyse en prenant en compte une vitesse tangentielle, dans la direction perpendiculaire à la figure. On utilise l'indice  $x$  pour la direction axiale et l'indice  $z$  pour la direction perpendiculaire.

Le bilan de masse et le bilan de quantité de mouvement selon l'axe  $x$  (équation I.1 et I.5) restent inchangés et donc l'équation I.6 reste valable en prenant soin de préciser que les vitesses impliquées dans cette relation représentent la composante axiale de la vitesse. Avec les nouvelles notations l'équation I.6 devient :

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = v_{x2}(v_{x2} - v_{x1}) \quad (\text{I.9})$$

La nouvelle perte de charge entre les sections 1 et 2 est :

$$e_v = \left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_{x1}^2}{2} + \frac{v_{z1}^2}{2}\right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{v_{x2}^2}{2} + \frac{v_{z2}^2}{2}\right) \quad (\text{I.10})$$

Au final en combinant I.9 et I.10 on élimine la pression et on obtient la relation :

$$e_v = \frac{v_{x1}^2}{2} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 + \left(\frac{v_{z1}^2}{2} - \frac{v_{z2}^2}{2}\right) \quad (\text{I.11})$$

En considérant que le conduit 1 débouche sur un conduit de très grande section ( $\frac{A_1}{A_2} = 0$ ) et en rajoutant l'hypothèse que la vitesse tangentielle est nulle au niveau de

la section 2 ( $v_{z2} = 0$ ) on obtient finalement la perte de charge :

$$e_v = \frac{v_{x1}^2}{2} + \frac{v_{z1}^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} \quad (\text{I.12})$$